

Príklady na cvičenie z kvantovej teórie

1. *stacionárna poruchová teória*

Napíšte vzťah pre korekciu energie n -tej hladiny v prvom ráde poruchovej teórie a vysvetlite význam napísaných symbolov.

2. *poruchová teória: atóm vodíka vo vonk. elektrickom poli*

Atóm vodíka v základnom stave umiestnime do konštantného vonkajšieho elektrického poľa $\vec{E}_{ext}$ v smere osi z . Napíšte poruchový hamiltonián odpovedajúci pôsobeniu poľa na elektrón¹ a určte korekciu k energii elektrónu v prvom ráde poruchovej teórie.

3. *poruchová teória: častica na úsečke s dodatočným potenciálom*

Uvažujme časticu viazanú na úsečke dĺžky L .

Graficky navrhnete tvar dodatočného (poruchového) hamiltoniánu pôsobiaceho na túto časticu, aby bola korekcia k energii základného stavu v prvom ráde poruchovej teórie nulová. Svoju odpoveď zdôvodnite.

4. *poruchová teória: častica na úsečke s dodatočným potenciálom*

Uvažujme časticu viazanú na úsečke dĺžky L .

Graficky navrhnete tvar dodatočného (poruchového) hamiltoniánu pôsobiaceho na túto časticu, aby bola korekcia k energii základného stavu v prvom ráde poruchovej teórie väčšia ako korekcia k energii prvého excitovaného stavu. Svoju odpoveď zdôvodnite.

5. *poruchová teória: častica na úsečke s dodatočným potenciálom*

Uvažujme časticu viazanú na úsečke dĺžky L .

Na časticu pôsobí poruchový hamiltonián popísaný spojitou funkciou, ktorá je nulová na koncoch úsečky, pre $x \in (0, L)$ je kladná a má jedno výrazné maximum v strede úsečky. Vysvetlite, akým spôsobom sa zmení emisná čiara odpovedajúca prechodu častice z prvého excitovaného do základného stavu po zapnutí tejto poruchy.

6. *stacionárna poruchová teória: korekcia 2. rádu k energií*

Napíšte vzťah pre korekciu energie n -tej hladiny v druhom ráde poruchovej teórie a vysvetlite význam napísaných symbolov. Osobitne venujte pozornosť čiarku na sume v tomto vzťahu.

7. *poruchová teória: nabitý JHO vo vonk. elektrickom poli*

(a) Na prednáške sme ukázali, že korekcia ku každej energetickej hladine nabitého JHO vo vonkajšom elektrickom poli v prvom ráde poruchovej teórie je rovná nule. Zopakujte tento jednoduchý dôkaz. Začnite od tvaru poruchy.

(b) Uvažujeme teraz korekciu $E_n^{(2)}$ druhého rádu k n -tej energetickej hladine, kde n je fixované. Pre aké k je nenulový element H'_{kn} ? Následne: je v tomto príklade možné sčítať nekonečnú sumu $\sum_k' \frac{|H'_{kn}|^2}{\varepsilon_n - \varepsilon_k}$?

¹Vzťah medzi elektrostatickým potenciálom $\Phi_{el.stat.}$ a intenzitou elektrického poľa $\vec{E}$ je $\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi_{el.stat.}$

(c) Vypočítajte korekciu $E_n^{(2)}$ druhého rádu k n -tej energetickej hladine.

Ako táto korekcia závisí od n ?

Dostávame predpoveď pre zmenu spektrálnych čiar po zapnutí elektrického poľa?

8. nabitý JHO vo vonk. elektrickom poli: presné riešenie

Poruchová teória poskytuje iba približné riešenie. V prípade nabitého JHO vo vonkajšom homogénnom elektrickom poli je možné získať presné riešenie pre jeho energetické hladiny a porovnať presný výsledok s výsledkom druhého rádu z úlohy 7.

Napíšte pre uvedený systém celkový potenciál. Keďže obsahuje iba člen úmerný x^2 (z $\hat{H}_0$) a člen úmerný x (z poruchy), možno ho doplniť na úplný štvorec. Potom namiesto x uvažujte posunutú premennú, v ktorej bude potenciál iba kvadratický, bez lineárneho člena, t.j. akoby bez poruchy. Riešenie bezčasovej SchR je potom riešením pre JHO, ktoré presne poznáme, v posunutej súradnici. Energetické hladiny JHO od súradnice nezávisia, teda posunutie na ne nemá vplyv. Vieme ich určiť bez počítania.

Ako sa líši presný výsledok pre E_n od poruchového výsledku $\varepsilon_n + E_n^{(2)}$, získaného v úlohe 7.? Zhodu, či nezrodu okomentujte.