

Príklady na domácu úlohu z kvantovej teórie 2

Sada č.4

riešenia, prosím, odovzdajte do začiatku písomky dňa 14.04.2026

1. amplitúda rozptylu z rozkladu do parciálnych vln

Uvažujme rozptyl, ktorý dominantne prebieha iba (i) v s vlne, (ii) v p vlne, (iii) v d vlne.

Načrtnite tvar závislosti diferenciálneho účinného prierezu $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ od uhla θ v týchto troch prípadoch a okomentujte možnosť ich experimentálneho rozlíšenia. **[3 body]**

2. porovnanie amplitúdy rozptylu z Bornovej aproximácie a rozkladu do parc.vln

Uvažujme rozptyl na konštantnom potenciáli v guli o polomere R . Mimo gule je potenciál nulový. V dŕž ste ukázali - za pomoci integrálu z prednášky - výsledok pre amplitúdu rozptylu v Bornovej aproximácii (BA).

Na prednáške sme rovnaký rozptylový problém naformulovali pomocou rozkladu do parciálnych vln (RPV) a predpokladali priblíženie rozptylu iba v s vlne. T.j. δ_0 bol jediný nenulový fázový zdvih. Zošitie vlnovej funkcie v $r = R$ dalo podmienku s dvomi tangensami a δ_0 ako jedinou neznámou.

Následne sme urobili potrebné limity v BA a RPV výsledkoch a ukázali, že v limite $q \rightarrow 0$ dostávame medzi nimi zhodu, až na znamienko $f(\theta, \varphi)$ (nepodstatné pre dif. úč. prierez).

Urobte toto porovnanie ešte raz, teda ukážte zhodu medzi BA a RPV, tentokrát pre konečné $q > 0$. **[3 body]**

3. nabitá častica v el-mag poli

Napíšte časovú SchR pre nabitú časticu v el-mag poli.

Okomentujte limitné prípady (i) $Q = 0$, (ii) $\vec{B} = 0$, (iii) $\vec{E} = 0$. **[2 body]**

4. nabitá častica v el-mag poli

(a) Aká netriviálna lokálna transformácia vlnovej funkcie ponecháva rovnaký tvar časovej SchR pre nabitú časticu v el-mag poli?

(b) Ako sa vtedy transformujú polia \vec{E} a \vec{B} ?

(c) Ako sa vtedy transformujú potenciály φ a \vec{A} ?

(d) Prečo hovoríme o tejto symetrii kvantovej teórie ako o $U(1)$ symetrii? **[2 body]**

5. nabitá častica v el-mag poli, nadväzuje na predchádzajúci príklad

(a) V časti (a) príkladu 4. ste zaviedli novú ľubovoľnú funkciu, nazvime ju $\alpha(\vec{r}, t)$. Má táto funkcia rozmer alebo je bezrozmerná? Ak má rozmer, aký?

(b) V časti (c) príkladu 4. ste napísali kalibračné transformácie dané funkciou $\alpha(\vec{r}, t)$. Aký rozmer majú potenciály φ a \vec{A} ? Overte, že rozmer $\alpha(\vec{r}, t)$ správne vyhovuje kalibračným transformáciám potenciálov φ a \vec{A} . **[2 body]**

6. Lorenzova sila z Lagranžiánu nabitej častice v el-mag poli

Na prednáške sme napísali Lagranžián nabitej častice v el-mag poli a zrýchlene sme predviedli, že ako pohybovú rovnicu z neho dostaneme druhý Newtonov zákon s Lorenzovou silou $Q\vec{E} + Q\vec{v} \times \vec{B}$. Napíšte detailne toto odvodenie, osobitne s dôrazom na odvodenie vektorového súčinu $\vec{v} \times \vec{B}$. **[2 body]**

7. kalibračná invariantnosť el-mag poľa

Určte dva rôzne vektorové potenciály $\vec{A}_1(\vec{r}, t)$ a $\vec{A}_2(\vec{r}, t)$, ktoré dajú to isté konštantné magnetické pole $\vec{B} = (0, 0, B)$.

Určte kalibračnú transformáciu, ktorá transformuje $\vec{A}_1(\vec{r}, t)$ na $\vec{A}_2(\vec{r}, t)$. **[2 body]**