

0. *typická veľkosť atómu a typická väzbová energia elektrónu v atóme*

(a) Koľko je - po pamäti, na základe prednášky - rádovo typická veľkosť atómu v metroch?

(b) Podobne - koľko je rádovo typická väzbová energia elektrónu v atóme v elektrón-voltoch?

1. *Relativistický alebo nerelativistický opis? ... relativita z trojuholníka*

Kvantová mechanika je **nerelativistická** teória. V letnom semestri raz bude potrebné pridať aj relativistické korekcie. Treba nám základné porozumenie, kedy je častica relativistická a kedy nie. Z minulosti viete, že to určíme porovnaním jej rýchlosti s rýchlosťou svetla. To je správne. Ale v kvantovom svete máme problém hovoriť o rýchlosti častice, keď princíp neurčitosti nedovolí merať presne polohu a hybnosť. Je praktickejšie určiť, či je častica relativistická, z jej energie, či hybnosti *pc* porovnaním s mc^2 . Pomôžu k tomu tieto príklady.

(a) Einsteinov vzťah $E = mc^2$ pre časticu v pokoji pozná celý svet. Ako sa zmení, ak sa častica pohybuje a má hybnosť p ?

(b) Načrtnite si pravouhlý trojuholník s odvesnami v horizontálnom a vertikálnom smere *rádovo* rovnakej dĺžky. Uvažujme voľnú časticu s hmotnosťou m a hybnosťou p . Nech odteraz jedna odvesna vášho trojuholníka, povedzme horizontálna, odpovedá veličine mc^2 a druhá odvesna (vertikálna) odpovedá veličine pc . Napíšte Pytagorovu vetu pre tento trojuholník. Akej fyzikálnej veličine je rovná prepona trojuholníka? Je táto častica *relativistická* alebo *nerelativistická*?

(c) Načrtnite teraz opäť pravouhlý trojuholník, s pôvodnou rovnako dlhou horizontálnou odvesnou mc^2 a s vertikálnou odvesnou pc sevrknutou skoro až na nulu. Akej fyzikálnej situácii to odpovedá? Je častica s takouto hybnosťou *nerelativistická* alebo *ultrarelativistická*?

Čo tu možno z obrázka tvrdiť pre energiu? Inými slovami, čomu sa približne rovná energia takejto častice v porovnaní s mc^2 a pc ?

Keďže hybnosť častice je stále nenulová, hoci maličká voči mc^2 , ako závisí energia ($E - mc^2$) od hybnosti v uvažovanom prípade $pc \ll mc^2$? Táto závislosť sa nedá vyčítať z obrázka. Je to ťažšia otázka ako tie predchádzajúce, zvlášť, ak by ste mali odpoveď odvodiť. Viete ju odvodiť?

Ako bežne voláme veličinu $(E - mc^2)$?

(d) Opačná limita ako v (b): v trojuholníku teraz zväčšíte vertikálnu odvesnu pc tak, že $pc \gg mc^2$, ponechajúc horizontálnu odvesnu mc^2 pôvodnej dĺžky. Akej fyzikálnej situácii to odpovedá? Je táto častica *nerelativistická* alebo *ultrarelativistická*?

Čo tu možno z obrázka tvrdiť pre energiu?

Ako je ešte významné, či je častica hmotná alebo nehmotná? Ak má hmotná častica tak veľkú energiu, že jej hmotnosť sa stala bezvýznamnou, zanedbateľnou, jej kinematika (opis pohybu) sa stáva rovnaká ako kinematika fotónu, častice svetla s nulovou hmotnosťou. Napríklad rýchlosť ultrarelativistickej častice je už tak blízko k c , že sa prakticky rovná c .

2. *fundamentálne konštanty*

Zíde sa tu - mimoriadne - kalkulačka, a presné hodnoty $\hbar = 1.054571800 \times 10^{-34}$ Js,

$c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$, $e = 1.6021766 \times 10^{-19} \text{ C}$ a $m_e = 9.10938 \times 10^{-31} \text{ kg}$.
Tiež $\epsilon_0 = 8.8541878 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ v SI sústave.

(a) Vypočítajte súčin $\hbar c$ s presnosťou na 5 platných miest (nie viac, a nie menej) a okomentujte, akej percentuálnej nepresnosti sa dopustíme, ak budeme vo výpočtoch používať pre tento súčin jeho približnú hodnotu navrhnutú na prednáške. Je chyba na úrovni jedného percenta? Dvoch? Troch? Desiatich?

(b) Akej percentuálnej nepresnosti sa dopúšťame, ak dosadzujeme za $m_e c^2$ hodnotu pol MeV-u? Je chyba na úrovni jedného percenta? Dvoch? Troch? Desiatich?

(c) Napíšte (skúste spamäti) definíciu bezrozmernej konštanty jemnej štruktúry α . Napíšte jej približnú číselnú hodnotu v tvare $1/X$, kde X je celé číslo. *Obe tieto odpovede si treba pamätať.*

(d) Vychádzajúc z rozmerov konštánt e^2 , ϵ_0 , $\hbar$ a c vstupujúcich do definície α , dokážte, že coulomby, farady, metre, sekundy a kilogramy sa navzájom vykrátia a ponechajú konštantu jemnej štruktúry α naozaj bezrozmernú.

(e) Čo má konštantu jemnej štruktúry α fyzikálne spoločné s α časticou, keďže sa rovnako volajú?

(f) Nakoniec vypočítajte (určte), akej percentuálnej chyby sme sa dopustili pri uvažovaní hodnoty $\alpha = 1/X$ a zaokrúhlení X na celé číslo. Je chyba na úrovni jedného percenta? Dvoch? Troch? Desiatich?

3. E_{ATOM} a r_{ATOM}

(a) Deriváciou energie elektrónu (rádového odhadu, s využitím princípu neurčitosti) v atóme vodíka nájdite minimum tejto energie, ktoré voláme E_{ATOM} , a tomu odpovedajúci výraz pre vzdialenosť elektrónu od protónu r_{ATOM} . Výsledky boli bez odvodenia uvedené na prednáške.

(b) Vypočítajte - s využitím príkladu 2. - ich numerické hodnoty. Vzhľadom na odpovede v príklade 2. odhadnite, ako presné sú Vami vypočítané hodnoty. Je zhoda s odpoveďami v príklade 0.?

4. stabilita vzdialenosti r_{ATOM}

(a) Uvažujme viazanú sústavu elektrónu a nekonečne ťažkého protónu. Z akého fyzikálneho dôvodu nebude typicky elektrón vo vzdialenosti 10^{-5} m , ale len v oveľa menšej vzdialenosti r_{ATOM} rádovo rovné 10^{-10} m ? Pritiahne ho k protónu nejaká sila? Ak áno, ako ju voláme?

(b) Z akého fyzikálneho dôvodu nebude typicky elektrón vo vzdialenosti 10^{-15} m , ale len v oveľa väčšej vzdialenosti r_{ATOM} rádovo rovné 10^{-10} m ? Odpudí ho od protónu nejaká sila? Ak áno, ako ju voláme? A ak nie sila, tak čo ho odpudí?

(c) Môže byť neutrón viazaným stavom elektrónu a protónu? V odpovedi zvážte, že rozmer neutrónu je podobne ako rozmer protónu rádovo 10^{-15} m .

5. E_{ATOM} a r_{ATOM}

(a) Predstavme si svet iný ako ten náš svet. Nech je v ňom hodnota fundamentálnych konštánt $\hbar$, c , e rovnaká ako v našom svete, ale hmotnosť elektrónu je odlišná. Aká by mala byť táto hmotnosť, aby v tomto svete boli atómy veľké ako melóny (myslíme melóny v našom svete)?

(b) Aká by vtedy bola typická väzbová energia elektrónov v týchto melónových atómoch? Boli by pevnejšie viazané ako naše atómy?

(c) Akej veľkosti by boli živé tvory podobne zložené z buniek ako u nás? Neuvažujme tu gravitačné obmedzenia a vychádzajme iba z potreby rovnakej komplexnosti, ako je to u živých tvorov na našej zemi.