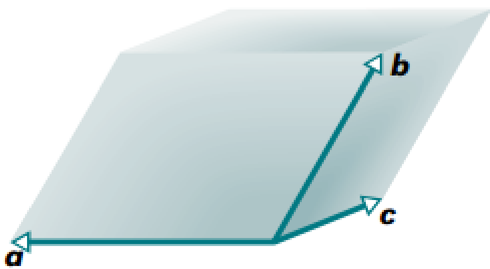
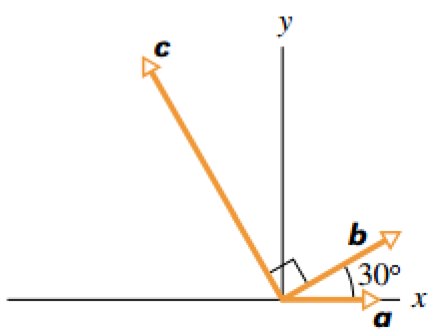
Jsou dány vektory $\boldsymbol{a} = 3{,}0\boldsymbol{i} + 3{,}0\boldsymbol{j} - 2{,}0\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{b} = -1{,}0\boldsymbol{i} - 4{,}0\boldsymbol{j} + 2{,}0\boldsymbol{k}$ a $\boldsymbol{c} = 2{,}0\boldsymbol{i} + 2{,}0\boldsymbol{j} + 1{,}0\boldsymbol{k}$. Určete (a) $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c})$, (b) $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c})$ a (c) $\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c})$.

(a) Ukažte, že výraz $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{a})$ je nulový pro libovolné vektory $\boldsymbol{a}$ a $\boldsymbol{b}$. (b) Označte φ úhel mezi vektory $\boldsymbol{a}$ a $\boldsymbol{b}$ a určete $\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{a})$.

Ukažte, že výraz $|\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c})|$ určuje objem rovnoběžnostěnu tvořeného vektory $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ a $\boldsymbol{c}$ podle obr. 3.37.



Vektory na obr. 3.38 mají velikosti $a = 3{,}00$, $b = 4{,}00$ a $c = 10{,}0$. (a) Vypočtěte jejich x-ové a y-ové složky. (b) Určete čísla p a q tak, aby platilo $\boldsymbol{c} = p\boldsymbol{a} + q\boldsymbol{b}$.



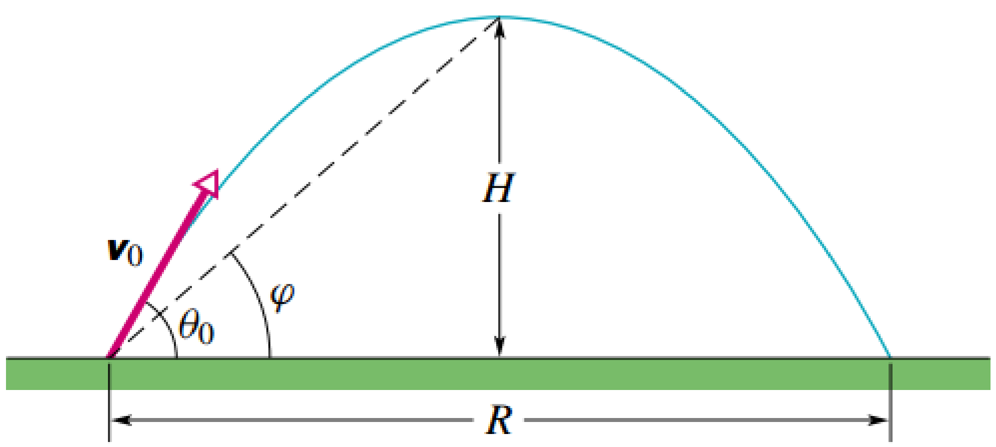
Částice se pohybuje v souřadnicové rovině xy s konstantním zrychlením $(4{,}0\boldsymbol{i} + 2{,}0\boldsymbol{j})\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. V okamžiku $t = 0$ prochází počátkem soustavy souřadnic rychlostí $8{,}0\boldsymbol{j}\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. (a) Určete její y-ovou souřadnici v okamžiku, kdy má její x-ová souřadnice hodnotu 29 m. (b) V tomtéž okamžiku určete velikost její rychlosti.

Rychlost částice pohybující se v souřadnicové rovině xy je dána vztahem $\boldsymbol{v} = (6{,}0t - 4{,}0t^2)\boldsymbol{i} + 8{,}0\boldsymbol{j}$. Složky rychlosti jsou měřeny v metrech za sekundu a čas ($t > 0$) v sekundách. (a) Jaké je její zrychlení v okamžiku $t = 3{,}0\ \mathrm{s}$? (b) Ve kterém okamžiku je její zrychlení nulové? (c) Kdy je nulová její rychlost? (d) Ve kterém okamžiku má velikost její rychlosti hodnotu $10\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$?

Střelec míří na terč umístěný ve vzdálenosti 30,5 m od ústí hlavně. V okamžiku výstřelu je hlaveň vodorovná a směřuje přímo do středu terče. Kulka zasáhne terč 1,9 cm pod jeho středem. (a) Určete dobu letu kulky a (b) její rychlost bezprostředně po výstřelu.

Střela je vystřelena počáteční rychlostí $30\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ pod elevačním úhlem $60°$. Určete velikost a směr její rychlosti po uplynutí doby (a) 2,0 s a (b) 5,0 s.

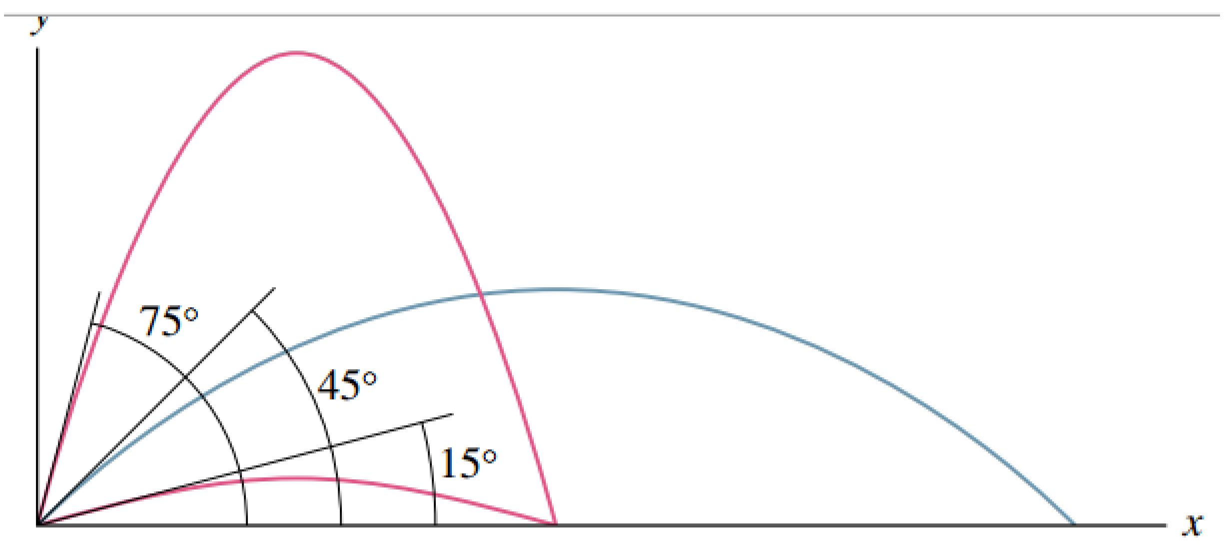
(a) Dokažte, že poměr maximální výšky H a doletu R náboje vystřeleného pod elevačním úhlem θ_0 je dán vztahem $H/R = \frac{1}{4}\operatorname{tg}\theta_0$ (obr. . (b) Lze zvolit úhel θ_0 tak, aby platilo $H = R$?



Střela vyletí z místa na zemském povrchu pod elevačním úhlem θ_0. (a) Ukažte, že zorný úhel φ, pod kterým je z místa výstřelu vidět vrchol její trajektorie, je $\varphi = \frac{1}{2}\operatorname{tg}\theta_0$ (obr. .
(b) Vypočtěte hodnotu φ pro $\theta_0 = 45°$.

Při sportovní střelbě na cíl vzdálený 46 m zvolil závodník zbraň, jejíž střely mají počáteční rychlost 460 $m \cdot s^{-1}$. Jak vysoko nad cíl musí být hlaveň zbraně namířena v okamžiku výstřelu, aby se podařilo cíl zasáhnout?

V Galileiově díle „Rozpravy o dvou nových vědách“ se dočteme: „… pro dva různé elevační úhly, lišící se od úhlu 45° o stejnou hodnotu, je délka letu stejná… “ Dokažte pravdivost tohoto tvrzení (obr.



Míč je vržen vodorovným směrem z místa ve výšce 20 m nad zemí. Na zem dopadne trojnásobnou rychlostí. Jaká byla jeho počáteční rychlost?

Kosmonaut se otáčí na centrifuze s poloměrem 5,0 m ve vodorovné rovině. (a) Jakou rychlostí se pohybuje, má-li dostředivé zrychlení velikost $7{,}0g$? (b) Kolikrát za minutu se centrifuga otočí? (c) Jaká je perioda jejího pohybu?

Francouzský expresní vlak TGV (Train à Grande Vitesse, česky „rychlovlak“) má stanovenou průměrnou rychlost 216 km/h. (a) Nejvyšší přípustná velikost zrychlení při průjezdu zatáčkou je pro pohodlí cestujících dána hodnotou $0{,}050g$. Jaký je nejmenší možný poloměr zatáčky, kterou může vlak projíždět uvedenou rychlostí? (b) Musí vlak v zatáčce o poloměru 1,00 km zpomalit? Na jakou rychlost?

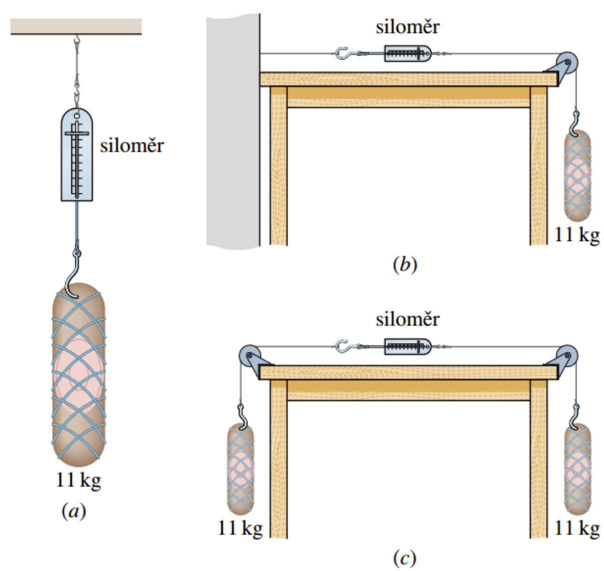
Chlapec točí kamenem uvázaným na provazu dlouhém 1,5 m. Kámen rovnoměrně obíhá ve vodorovné rovině, ve výšce 2,0 m nad zemí. Náhle se provaz přetrhne a kámen dopadne 10 m od chlapce. Jaké bylo dostředivé zrychlení kamene při rotaci?

Loď pluje proti proudu řeky rychlostí 14 km/h vzhledem k vodnímu proudu. Voda v řece teče rychlostí 9 km/h. (a) Jakou rychlostí pluje loď vzhledem k břehům řeky? (b) Chlapec na lodi jde po palubě od přídě k zádi rychlostí 6 km/h. Jaká je jeho rychlost vzhledem k břehům?

Na letišti v Ženevě usnadňují pohyb cestujících dlouhými koridory „pojízdné chodníky“. Petr chodník nepoužil a prošel koridorem za 150 s. Pavel, stojící v klidu na jedoucím chodníku, urazil tutéž vzdálenost za 70 s. Marie šla po chodníku stejnou rychlostí jako Petr. Za jak dlouho prošla Marie koridorem?

Sníh padá svisle rychlostí o velikosti $8{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Pod jakým úhlem od svislého směru vidí padat sníh řidič automobilu, který jede po rovné silnici rychlostí o velikosti $50\,\mathrm{km/h}$?

(a) Salám o hmotnosti 11,0 kg je zavěšen na pružině siloměru, který je připevněn provazem ke stropu (obr. 5.43a). Jaký údaj je na stupnici siloměru? (b) Na obr. 5.43b je týž salám zavěšen na provaze vedeném přes kladku a upevněném k pružině siloměru. Siloměr je připevněn dalším provazem ke stěně. Jaký je nyní údaj na stupnici siloměru? (c) Na obr. 5.43c je stěna nahrazena jiným salámem o hmotnosti 11,0 kg a soustava je v rovnováze. Určete údaj na stupnici siloměru i v tomto případě.

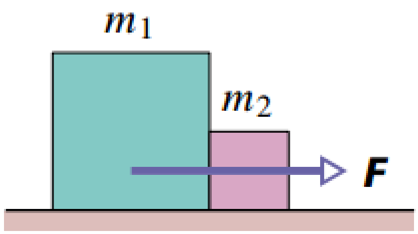


Automobil vážící $1{,}30 \cdot 10^4$ N začne brzdit při rychlosti $40\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$ a zastaví se na dráze 15 m. Za předpokladu, že je brzdná síla konstantní, určete (a) její velikost a (b) dobu brzdění. Jaká bude (c) brzdná dráha a (d) doba brzdění automobilu při téže brzdné síle, byla-li velikost počáteční rychlosti dvojnásobná? (Tato úloha může posloužit k získání představy o nebezpečí rychlé jízdy.)

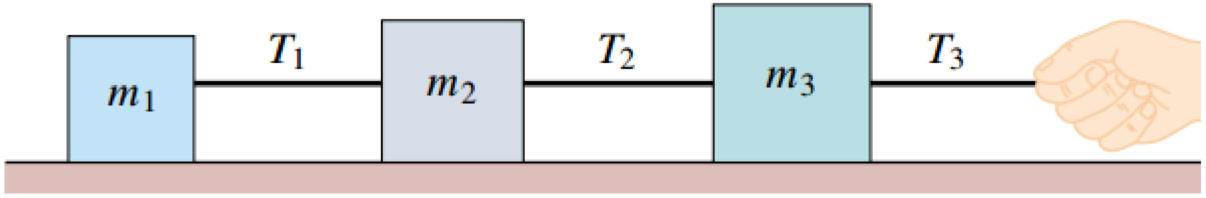
Požárník o hmotnosti 72 kg sjíždí dolů po svislé tyči se zrychlením o velikosti $3{,}0\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Jaká je velikost a směr (a) svislé síly, jíž působí tyč na požárníka, (b) svislé síly, jíž působí požárník na tyč?

Kulička o hmotnosti $3{,}0 \cdot 10^{-4}$ kg je zavěšena na niti. Stálý vítr, který vane ve vodorovném směru, na ni působí tak, že kulička je v klidu a nit svírá se svislým směrem úhel 37°. Určete (a) velikost síly větru a (b) velikost tažné síly niti.

Dvě kostky ležící na dokonale hladkém stole se dotýkají (obr. 5.45). (a) Určete síly, jimiž na sebe kostky navzájem působí, je-li $m_1 = 2{,}3\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 1{,}2\,\mathrm{kg}$ a $F = 3{,}2\,\mathrm{N}$. (b) Předpokládejme, že síla o stejné velikosti F bude působit na kostku m_2 v opačném směru. Ukažte, že velikost sil, jimiž na sebe nyní kostky působí, je $2{,}1\,\mathrm{N}$, tj. je odlišná od výsledku úlohy (a). Zdůvodněte tento rozdíl.

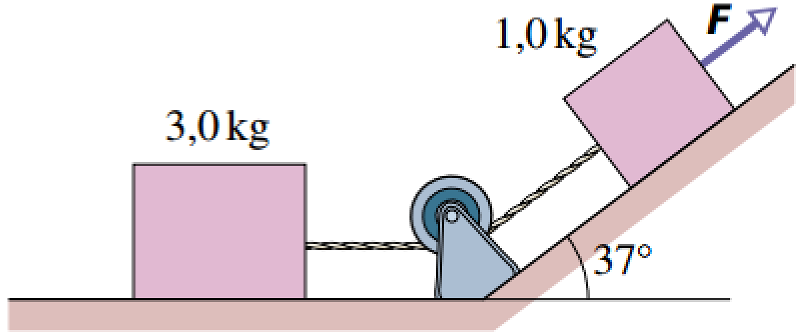


Tři kostky spojené podle obr. 5.47 jsou taženy po dokonale hladké vodorovné podložce směrem vpravo. Tahová síla má velikost $T_3 = 65\,\mathrm{N}$. Hmotnosti kostek jsou $m_1 = 12{,}0\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 24{,}0\,\mathrm{kg}$ a $m_3 = 31{,}0\,\mathrm{kg}$. Vypočtěte (a) zrychlení soustavy, (b) velikosti tahových sil T_1 a T_2 vláken spojujících kostky.

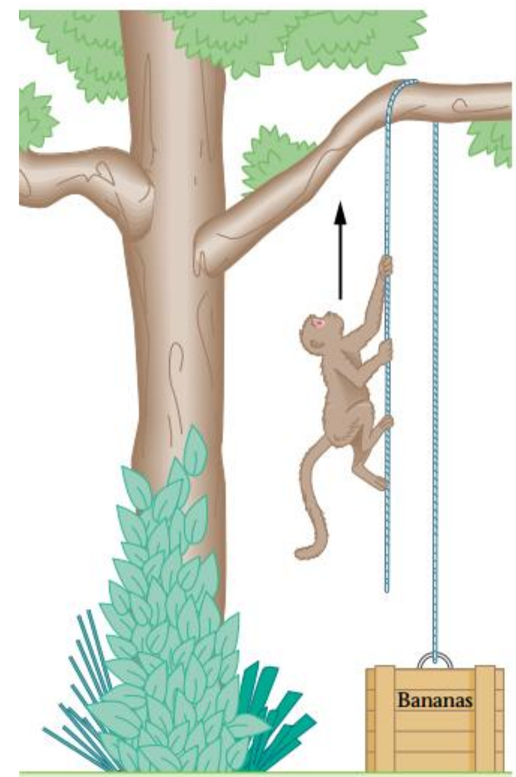


Řetěz tvořený pěti články, z nichž každý má hmotnost 0,100 kg, je zvedán svisle vzhůru se stálým zrychlením $2{,}50\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ (obr. 5.50). Určete (a) síly vzájemného působení mezi všemi dvojicemi sousedních článků, (b) sílu $\boldsymbol{F}$, jíž působí na horní článek člověk zvedající řetěz, (c) *výslednou* sílu udělující zrychlení každému článku.

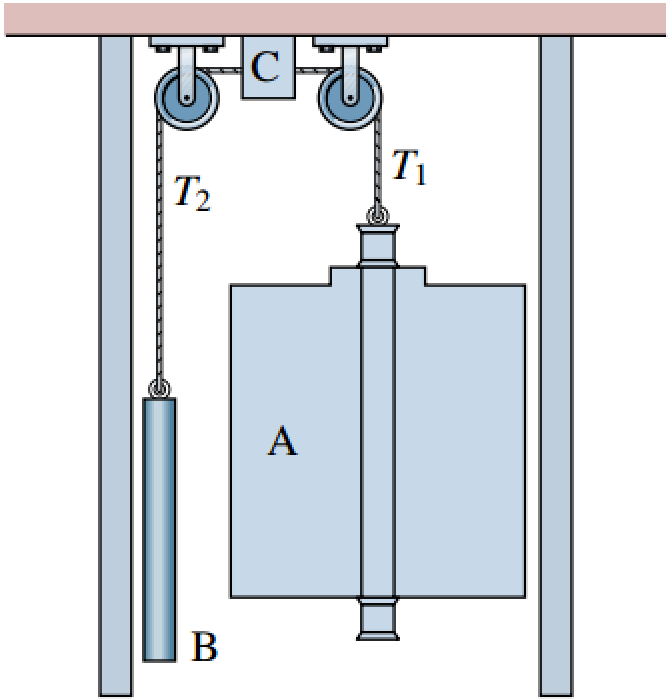
Těleso o hmotnosti 1,0 kg leží na nakloněné rovině s úhlem sklonu 37° a je spojeno s tělesem o hmotnosti 3,0 kg podle obr. 5.51. Styčné plochy jsou dokonale hladké a kladka se otáčí bez tření. Jaká je tažná síla spojovacího vlákna, je-li $F = 12\,\mathrm{N}$?



Desetikilogramová opice leze po nehmotném provaze přehozeném přes větev stromu. Provaz je na druhém konci zatížen patnáctikilogramovým závažím ležícím na zemi (obr. 5.54). Provaz může klouzat po větvi bez tření. (a) S jakým nejmenším zrychlením musí opice lézt, má-li se zátěž odpoutat od země? Jakmile se závaží odpoutá od povrchu Země, přestane opice lézt, ale drží se provazu. (b) Jaké je nyní zrychlení opice a (c) jakou silou je napínán provaz?



Výtah na obr. 5.56 je sestaven z kabiny (A) o hmotnosti 1 150 kg, protizávaží (B) o hmotnosti 1 400 kg, hnacího mechanismu (C), lana a dvou kladek. Hnací mechanismus lano buď urychluje, nebo zpomaluje. V důsledku toho se síla T_1 napínající lano na jedné straně hnacího mechanismu liší od síly T_2, která lano napíná na druhé straně. Předpokládejme, že kabina (A) stoupá se zrychlením o velikosti $a = 2{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Se zrychlením o téže velikosti klesá protizávaží (B). Zanedbejte hmotnost kladek i lana. Určete (a) T_1, (b) T_2 a (c) velikost síly, kterou působí na lano hnací mechanismus.

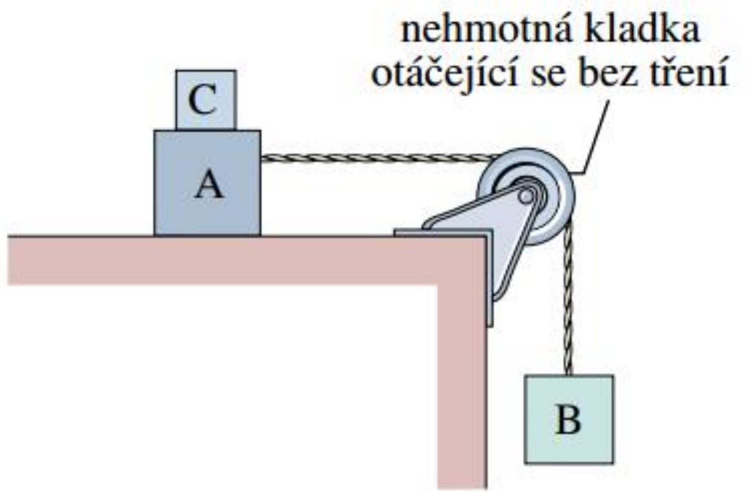


Koeficient statického tření mezi teflonem a míchanými vejci je asi 0,04. Při jakém nejmenším úhlu sklonu vzhledem k vodorovné rovině sklouznou vejce podél dna teflonové pánve?

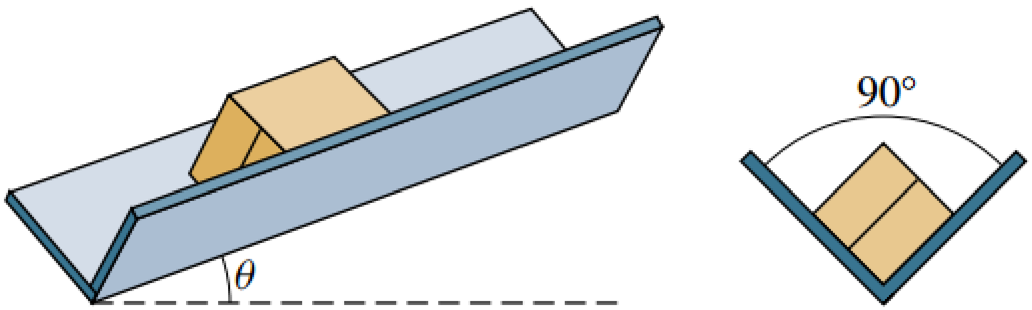
Jakého největšího zrychlení může dosáhnout běžec, je-li koeficient statického tření mezi obuví a běžeckou dráhou 0,95? (Při běhu je v kontaktu s dráhou jen jedna noha běžce.)

Hokejový kotouč o hmotnosti 110 g klouže po ledové ploše a urazí 15 m, než se zastaví. Velikost jeho počáteční rychlosti je 6,0 m/s. (a) Určete velikost třecí síly působící na kotouč a (b) koeficient tření mezi kotoučem a ledem.

Kostky A a B na obr. 6.31 váží 44 N, resp. 22 N. (a) Koeficient statického tření f_s mezi kostkou A a stolem je 0,20. Určete nejmenší váhu kostky C, kterou je třeba položit na kostku A, aby nedošlo ke skluzu. (b) Kostku C náhle zvedneme. Jaké je zrychlení kostky A, je-li koeficient dynamického tření mezi ní a deskou stolu 0,15?



Bedna klouže ve žlabu s pravoúhlým profilem (obr. 6.44). Koeficient dynamického tření mezi bednou a žlabem je f_d. Vyjádřete zrychlení bedny pomocí f_d, θ a g.



V kruhové zatáčce je předepsána rychlost o velikosti 60 km/h. (a) Jaký je správný úhel klopení zatáčky, je-li její poloměr 150 m? (b) Jaká by při uvedené rychlosti musela být minimální hodnota statického koeficientu tření mezi pneumatikami a silnicí, potřebná pro bezpečný průjezd vozidel (bez smyku), kdyby zatáčka nebyla klopená?

Kaskadér v autě přejíždí vrcholek, jehož profil je přibližně kruhový, s poloměrem 250 m (obr. 6.46). Jakou největší rychlostí může jet, aby vozidlo neztratilo kontakt se silnicí?