

Pripomenka teorie:

Teraz budeme vlnovú rovnicu riešiť analyticky. Pomocou Fourierovho radu.

Matematická vsuvka: Fourierov rozvoj

Veta: Každú "slušnú" funkciu $U(x)$, definovanú na intervale $(0, L)$ ktorá spĺňa okrajové podmienky $U(0) = U(L) = 0$ možno vyjadriť v tvare nekonečného Fourierovho radu

$$U(x) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin\left(\frac{\pi n}{L} x\right)$$

Pre Fourierove sinsusovky platí

$$\int_0^L \sin\left(\frac{\pi n}{L} x\right) \sin\left(\frac{\pi m}{L} x\right) dx = \begin{cases} 0 & \text{if } m \neq n \\ \frac{L}{2} & \text{if } m = n \end{cases}$$

preto možno pre zadanú funkciu $U(x)$ koeficienty c_n vyjadriť v tvare

$$c_n = \frac{2}{L} \int_0^L U(x) \sin\left(\frac{\pi n}{L} x\right) dx$$

23

Budeme počítať numericky približný Fourierov rozvoj funkcie

$$x^2 * (L - x)$$

Vypočítame si 10 Fourier koeficientov a potom nakreslíme obraz len s použitím prvých 4 koeficientov a potom aj 10 koeficientov

Pripravený je polotovar Fourier.py opravte jeden riadok nahradením otazníkov správnym vzorcom a vyskúšajte si, ako to vyzera pre 4 koeficienty a pre 10 koeficientov