

Zadanie témy bakalárskej práce

Školiteľ: Doc. RNDr. Marián Fecko, PhD.

Katedra / Pracovisko: Katedra teoretickej fyziky a didaktiky fyziky

Názov práce: Symetrie Keplerovej úlohy a Rungeho-Lenzov vektor

Popis zadania:

Keplerova úloha je úloha o pohybe hmotného bodu v silovom poli s potenciálnou energiou $U(\mathbf{r}) = -\text{košt.}/r$. Keďže táto potenciálna energia má zjavnú rotačnú symetriu, zachováva sa moment hybnosti. A keďže nezávisí explicitne od času, zachováva sa aj celková energia.

Apriori však nie je jasné, či pre túto úlohu nemožno nájsť aj nejaké *d'alšie symetrie* a im príslušné *d'alšie zákony zachovania*. Ak by nejaké dodatočné zachovávajúce sa veličiny naozaj existovali, ďalej by zjednodušili explicitné riešenie úlohy.

Ukazuje sa, že symetrie štandardných mechanických sústav možno rozdeliť na jednoduchšie, ktoré sa prejavujú už v konfiguračnom priestore a do fázového priestoru sú len umelo „dvihnuté“ a zložitejšie, ktoré vznikajú „priamo“ vo fázovom priestore a nie sú zdvihmi symetrií z konfiguračného priestoru. No a z učebníc teoretickej mechaniky je dobre známe, že Keplerova úloha *má* dodatočnú zachovávajúcu sa veličinu, a to tzv. *Rungeho-Lenzov vektor*. Tento vektor je dôsledkom symetrie, ktorá *nie je* dvihnutá z bázy, a ktorú teda „voľným okom nevidno“. (Historicky je zaujímavé, že Pauli využil existenciu tohoto zákona zachovania v kontexte „kvantovej Keplerovej úlohy“ - t.j. na nájdenie hladín atómu vodíka - hneď po vzniku Heisenbergovej kvantovej mechaniky.)

Cieľ úlohy:

V bakalárskej práci by sa systematicky hľadali *všetky* symetrie Keplerovej úlohy. Na to treba pochopiť geometrický aparát, ktorý sa používa na opis Hamiltonovej mechaniky vo fázovom priestore typu T^*M a aplikovať ho na tento problém.

Vhodné pre záujemcu s veľkou chuťou naučiť sa niektoré moderné diferenciálno-geometrické prístupy ku klasickej hamiltonovskej mechanike (ktoré nie je na škodu poznať aj inde) a vyskúšať si, ako fungujú vo vyššie spomínanej úlohe.