

## Zadanie témy bakalárskej práce

Školiteľ: Doc. RNDr. Marián Fecko, PhD.

Katedra / Pracovisko: Katedra teoretickej fyziky a didaktiky fyziky

Názov práce: Výpočet Berryho fázy pre spin  $s$  v stave  $m$  v magnetickom poli

Popis zadania:

Majme kvantovo-mechanickú sústavu, ktorej hamiltonián obsahuje nejaké parametre, napríklad vonkajšie magnetické pole. Ak sa tieto parametre nemenia, riešime bezčasovú Schrödingerovu rovnicu, t.j. nájdeme vlastné vektory príslušného hamiltoniánu atď. Ak sa tieto parametre menia, ale *veľmi* pomaly (adiabaticky), už to, prísne vzaté, nie je bezčasový prípad. Pomalosť zmeny parametrov však umožňuje usudzovať takto: keby sme vedeli riešenia (vlastné stavy a ich energie) bezčasovej Schrödingerovej rovnice postupne pre všetky hodnoty parametrov, cez ktoré pri svojom (veľmi pomalom) vývoji prechádzajú, časový vývoj sústavy by zrejme spočíval v tom, že by sa postupne darwinovsky prispôbovala novým hodnotám parametrov. Špeciálne ak by začala v  $n$ -tom stacionárnom stave pôvodného hamiltoniánu, zostávala by stále v  $n$ -tom stacionárnom stave, ale vždy *momentálneho* hamiltoniánu. Týmto sa zaoberá adiabatická veta v kvantovej mechanike a v podstate tvrdí, že to tak (s istou presnosťou) je.

Vektor prislúchajúci stavu je však v kvantovej mechanike daný len s presnosťou na fázový faktor. A výber fázového faktora sa dá (v uvažovanom  $n$ -tom stave) urobiť pre každú hodnotu parametrov zvlášť. Tak urobíme. Zaujímavá situácia teraz nastane, keď je vývoj parametrov *cyklický*, t.j. keď sa po istom (veľmi dlhom) čase ich hodnota vráti k hodnote, ktorú mali na začiatku. Výber fázy v tomto koncovom bode už totiž nie je ľubovoľný, lebo (pre tých, čo nedávali pozor pripomíname, že) sa už urobil v čase, keď sa tento koncový bod ešte volal začiatočný. To umožňuje porovnať fázovú  $n$ -tého stavu na začiatku a na konci a vysloviť výrok, k akej fázovej *zmene* došlo počas uvažovaného cyklu.

Toto sa vedelo dávno a ľudia sa jej výpočte obmedzovali na časť, dnes zvanú dynamická fáza. Až pokým si Michael Berry v roku 1984 neuvedomil, že ten výpočet bol doteraz vždy tak trochu odfláknutý, zameditoval, sústredil sa viac a zistil, že tam pristupuje navyše ešte tzv. *geometrická* fáza, ktorá sa, ako naznačuje názov (tejto bakalárskej, nie jeho) práce, odvtedy volá aj *Berryho* fáza. A venovali sa jej ťažké stovky článkov. A vstúpila aj do bežných učebníc kvantovej mechaniky. A z Michaela Berryho sa stal *Sir* Michael Berry.

Cieľ úlohy:

V učebniciach sa bežne počíta Berryho fáza pre spin  $\frac{1}{2}$  v magnetickom poli, ktoré koná veľmi pomalý rotačný pohyb okolo fixnej osi. Toto sa dá skomplikovať (a potom aj zrátať) na spin  $s$  v stave  $m$  v takom istom magnetickom poli (pôvodná úloha má  $s=m=\frac{1}{2}$ ). V téme sa v prípade záujmu dá (ale nemusí) využiť (a naučiť) trocha diferenciálnej geometrie.