

Zadanie témy bakalárskej práce

Školiteľ: Doc. RNDr. Marián Fecko, PhD.

Katedra / Pracovisko: Katedra teoretickej fyziky a didaktiky fyziky

Názov práce: Gaussovská optika z lineárnej

Popis zadania:

Lineárna optika skúma lúče, ktoré idú blízko optickej osi sústavy a pod malými uhlami. Na ich opis existuje šikovní maticová metóda, pričom matice sú rozmeru 4×4 .

Gaussovská optika je špeciálny prípad, keď je optická sústava (plochy šošoviek a zrkadiel) *rotačne invariantná* voči optickej osi. Tu sa ukazuje, že ak vieme opisovať lúče, ktoré ležia v rovine v ktorej leží aj optická os, vieme už aj všeobecné (všeobecný sa sprojektuje do dvoch navzájom kolmých rovín; tieto projekcie sú už také, aké sa spomínali vyššie).

To znamená, že v gaussovskej optike stačí vedieť opisovať lúče v *dvojrozmernom* priestore. Tu teda príslušná maticová metóda vystačí s maticami iba 2×2 .

Na vzťah gaussovskej a všeobecnejšej lineárnej optiky sa dá užitočne pozrieť cez reprezentácie Lieových grúp. Ukazuje sa, že spomínané 4×4 matice, ktoré plne charakterizujú konkrétnu optickú sústavu, sú vždy z desaťrozmernej grupy $Sp(4, \mathbb{R})$ a 2×2 matice sú zase z trojrozmernej grupy $SL(2, \mathbb{R})$. Ak je sústava rotačne invariantná, tá 4×4 matica musí byť tzv. *splietajúci* operátor (komutovať s pôsobením grupy rotácií) a dá sa explicitne nájsť jej najvšeobecnejší tvar.

Cieľ úlohy:

Bakalár(ka) má najprv naštudovať používanie spomínaných maticových metód (dvoj aj štvorrozmerných). Potom nájsť všeobecné riešenie rovnice, ktorá vyjadruje podmienku, že príslušná 4×4 matica z grupy $Sp(4, \mathbb{R})$ je splietajúci operátorom (a teda optická sústava je rotačne invariantná). Presvedčiť sa, že riešenie naozaj spočíva v *efektívnom* prechode k 2×2 maticiam z grupy $SL(2, \mathbb{R})$.

Vhodné pre záujemcu, ktorý sa chce naučiť používať maticové metódy v optike, baví ho lineárna algebra (najmä tá jej časť, ktorá priamo súvisí s teoretickou fyzikou) a na ceste za poznaním ho neodradí ani trocha (dobře motivovanej) abstrakcie.

Literatúra:

1. P.Bamberg, S.Sternberg: A course in mathematics for students of physics 1, CUP 1992
2. M.Fecko: Differential geometry and Lie groups for physicists, CUP, 2006