

Zadanie témy bakalárskej práce

Školiteľ: Doc. RNDr. Marián Fecko, PhD.

Katedra / Pracovisko: Katedra teoretickej fyziky a didaktiky fyziky

Názov práce: Ostrogradského nestabilita

Popis zadania:

M.V.Ostrogradskij je nám všetkým dôverne známy cez Gaussovu-Ostrogradského vetu (vetu o divergencii). Keď si ale prečítame jeho životopis, zistíme, že jeho dielo je oveľa širšie a obsahuje viacero ďalších a pozoruhodných (a z rôznych príčin nedocenených) výsledkov. Jedným z tých, ktorých význam sa pochopil až celkom nedávno, je tzv. Ostrogradského nestabilita. Ide o výsledok publikovaný v roku 1850 (čiže nie práve najhorúcejšia novinka). Vtedy však nevyvolal žiaden ohlas (dá sa aj pochopiť prečo, stačí dočítať zadanie).

O čo zhruba ide? Pripomeňme si, že v analytickej mechanike sa (Legendreovou transformáciou) prechádza od lagranžovskej formulácie mechaniky (rovnice sú druhého rádu) k hamiltonovskej (dvojnásobný počet rovníc prvého rádu). V štandardnom prípade je lagranžian funkciou (zovšeobecnených) súradníc a rýchlostí. Ostrogradskij preštudoval aj prípad, keď lagranžian závisí aj od vyšších derivácií súradníc (viac bodiek ako jedna). Napísať Eulerove-Lagrangeove rovnice je celkom ľahké, nie je však celkom triviálne zopakovať prechod k hamiltonovskej formulácii. On to však zvládol (a po ňom aj my) a oplátilo sa mu to. *Takto* totiž zistil, že v prípade vyšších derivácií v lagranžiane *vždy* nastáva istý (vážny) problém (tá „nestabilita“ z nadpisu).

Vtedy nikto nevykrikoval *uááú*, lebo Newtonove rovnice sú druhého rádu, takže tie vyššie derivácie v lagranžiane zodpovedajú len akémusi uletenému akademickému prípadu, bez ktorého si všetci vedeli svoj život predstaviť celkom dobre. (Navyše *sa* vykrikovať *uááú* vtedy nepovažovalo za *in*). Potom sa však fyzika vyvíjala, vyvíjala, až došlo na (snahu o) *kvantovanie gravitácie* (nech to už je čokoľvek). A *tam* (teda už mimo mechaniky) sa zacítila potreba mať v lagranžiane (pre gravitačné pole) aj členy obsahujúce vyššie derivácie. A zrazu je Ostrogradský dobrý (či skôr zlý, lebo také členy vedú na tú nestabilitu, čo je *problém*).

Cieľ úlohy:

Naštudovať si, ako to ten Ostrogradskij vymyslel. Čiže ako sa dá dynamika s lagranžianom vyššieho rádu prerobiť na dynamiku formulovanú hamiltonovsky a ako z výsledku vidno, že táto dynamika obsahuje patológiu, ktorá je v pôvodnom lagranžovskom jazyku skrytá. Spísať to celé ako text zrozumiteľný pre motivovaných spolužiakov (druhákov, tretíakov). Ak by toto prebehlo príliš rýchlo, „nepovinnou“ časťou by bolo pohrať sa s tým v jazyku symplektickej geometrie (časť diferenciálnej geometrie, ktorá je v pozadí za hamiltonovskou aj lagranžovskou mechanikou).

Vhodné pre záujemcu, ktorého veľmi zaujala analytická mechanika a chce sa naučiť o nej (napr. o vzťahu jej lagranžovskej a hamiltonovskej verzie) viac.