

Zadanie témy bakalárskej práce

Školiteľ: Doc. RNDr. Marián Fecko, PhD.

Katedra: Katedra teoretickej fyziky

Názov práce: Heisenbergova grupa a subriemannovská geometria

Opis zadania:

Subriemannovská geometria sa líši od (staršej a známejšej) riemannovskej tým, že metrický tenzor (základný objekt v riemannovskej geometrii) nedefinuje skalárny súčin pre všetky vektory, ale len pre vektory z istého podprieštoru dotykového priestoru variety (pre iné skalárny súčin nie je definovaný). Geodetika na subriemannovskej variete je (podobne ako na riemannovskej variete) čiara extrémálnej dĺžky, ale tu musí byť jej každý dotykový vektor z toho podprieštoru, v ktorom je definovaný skalárny súčin (aby sa dal vyrátať jeho kvadrát a v konečnom dôsledku aj dĺžka krivky). Ukazuje sa, že táto teória ma veľmi zaujímavé praktické aplikácie (napríklad v robotike).

Heisenbergova grupa je Lieova grupa, ktorej Lieova algebra je definovaná „kanonickými komutačnými vzťahmi“ známymi z kvantovej mechaniky (z ktorých sa technicky odvodzujú slávne Heisenbergove vzťahy neurčitosti). Pre jednu súradnicu a k nej kanonicky združenú hybnosť je teda trojrozmerná.

Ukazuje sa, že *táto* Lieova grupa (chápaná ako varieta) prirodzene poskytuje štruktúru istej subriemannovskej variety. Navyše táto subriemannovská varieta sa dá využiť na riešenie tzv. „úlohy Dido“ (variačnej úlohy známej už zo staroveku - ohraničiť čo najväčšiu plochu čiarou danej dĺžky): riešenie tejto úlohy sa dá preformulovať na nájdenie subriemannovskej geodetiky.

Cieľ práce:

Zoznámiť sa so základnými myšlienkami subriemannovskej geometrie a ohmatať si jej konkrétnu verziu danú Heisenbergovou grupou. Overiť, že geodetika rieši úlohu Dido. A samozrejme všetko pekne a zrozumiteľne spísať.

Vhodné pre študentov, ktorí absolvujú predmet Matematická fyzika.