

Pavel Bóna
K A T E D R A T E O R E T I C K E J F Y Z I K Y
M A T E M A T I C K O - F Y Z I K Á L N A F A K U L T A
U N I V E R Z I T Y K O M E N S K É H O V B R A T I S L A V E
Mlynská dolina F2, SK-842 48 Bratislava, Slovensko

Oponentský posudok na habilitačnú prácu

RNDr. Mariána Fecka, CSc.:

“Menej tradičné aplikácie diferenciálnej geometrie vo fyzike.”

S potešením som prijal poverenie vypracovať posudok na habilitačnú prácu môjho kolegu a dlhoročného člena Katedry teoretickej fyziky FMFI UK RNDr. Mariána Fecka, CSc. Len určitá neštandardnosť tém a originalita prístupov vo vedeckej práci Dr. Fecka môžu snáď byť vysvetlením toho, že napriek jeho nepochybným odborným a pedagogickým kvalitám mu splnenie formálnych kritérií umožnilo predložiť habilitačnú prácu až teraz.

Predložená habilitačná práca RNDr. M. Fecka, CSc. je prácou z oblasti matematickej fyziky, t.j. tej časti teoretickej fyziky, ktorá sa venuje konštrukcii modelov fyzikálnych situácií vyjadrených matematicky jednoznačným (a teda rigoróznym) jazykom. Určitá neštandardnosť v súčasnosti vybraných tém spočíva už v tom, že sa autor sústreďuje na oblasti **klasickej**, t.j. nekvantovej fyziky. Vybrané témy a ich spôsoby spracovania však používajú matematické techniky, ktoré patria medzi kľúčové techniky aj v modernej **kvantovej teórii poľa** (teória kalibračných polí). Autor tak zaujímavým spôsobom poukazuje na určitú jednotu v našich opisoch (resp. v možnostiach našich opisov) tak rozdielnych javov, ako sú napr. jeho klasická teória pohybov auta pri parkovaní a, na druhej strane, napr. určité podstatné aspekty teórií interakcií “elementárnych častíc a polí”. Je asi ľahko pochopiteľné, že takýmito temer filozoficky kladenými problémami sa dnes zaoberá malý počet fyzikov, i keď konkrétne výsledky Dr. Fecka môžu mať dokonca aj technické využitie. Z toho vyplýva moja prvá otázka autorovi: Uvažoval už autor napr. o ich patentovej registrácii ?

Predložená habilitačná práca predstavuje dvadsaťstranový didaktický komentár k priloženým separátom šiestich publikovaných prác. Pritom štyri z uvedených prác sú publikované v *Journal of Mathematical Physics*, jedna v *Il Nuovo Cimento*, a jedna v *Acta Physica Slovaca*.

Práca (t.j. úvodných 20 strán) je rozdelená na Úvod a tri obsahovo voľne spojené kapitoly: **Nambuova Mechanika, Aplikácie Teórie Konexií v Mechanike Deformovateľných Telies, a 1 + 3 Rozklady Pomocou Diferenciálnych Foriem**. Celý text sa vyznačuje (väčšinou úspešnou) snahou o čo najnázornejšiu, a pritom podľa možnosti neskreslenú prezentáciu hlavných myšlienok, techník i výsledkov jednotlivých častí práce. Pekný spôsob prezentácie súčasne dokumentuje autorove pedagogické kval-

ity, ktoré robia jeho prednášky veľmi obľúbenými ako medzi študentami, tak aj medzi kolegami. Neodmysliteľnou charakteristickou črtou prejavu (či písomného – napr. v predkladanom texte, alebo v osobnom styku) Dr. Fecka je jeho jemný humor, ktorým akoby bolo autorovo vnímanie sveta “presiaknuté”; toto robí, podľa môjho názoru, prejav Dr. Fecka zvlášť zaujímavým.

Nasledujúci komentár je rozdelený podľa kapitol úvodnej state, vzťahuje sa však aj na zodpovedajúce priložené publikácie.

Nambuova mechanika bola navrhnutá Y. Nambu-om v r. 1973 ako $3N$ -rozmerná alternatíva bežnej ($2N$ -rozmernej, t.j. vyskytujúcej sa v párnorozmernom fázovom priestore) Hamiltonovej mechaniky. Zatiaľ čo Hamiltonova mechanika sa štandardne zapisuje v bezsúradnicovej geometrickej forme (t.j. ako “symplektická mechanika”), podobne elegantná verzia Nambuovej mechaniky nie je známa. V predkladanej práci sa Dr. Feckovi podarilo korigovať doterajšie chybné pokusy o takú formuláciu a súčasne nájsť takú geometricкую formuláciu Nambuovej mechaniky, ktorá predpokladá rozdelenie $3N$ rozmerného fázového priestoru na kartézsky súčin trojrozmerných priestorov. Publikáciu vzťahujúcu sa k tejto časti práce (*J.Math.Phys.***33**(1992)926–930) považujem skôr za slovo do diskusie než o pokus vytýčenia vlastného smeru teoretického výskumu. Prípadný prínos Nambuovej mechaniky (napr. v porovnaní s Hamiltonovou) nie je mi z práce zrejmý (a aj autor v článku uznáva ohraničnosť motivácie pre zavedenie takejto mechaniky: jediná uvedená aplikácia je *systém tuhých rotátorov*). Mohol by som tu autora doplniť informáciou, že formalizmus Nambuovej mechaniky bol použitý v sérii článkov M. Czachor-a a spol. (napr. M. Czachor: *Phys.Lett.A* **225**(1997)1–12, M. Czachor, M. Marciniak: *Phys.Lett.A* **239**(1998)353–358) pri pokusoch formulovať nelineárnu dynamiku pre matice hustoty v kvantovej mechanike.

Ďalšia časť práce pojednáva netradičným spôsobom o variačnom princípe pre Nambuovu mechaniku: Prirodzený výskyt dva-formy v Nambuovej mechanike namiesto jedna-foriem integrovaných pri formulácii variačného princípu v Lagrangeovej, či Hamiltonovej mechanike vedie autora ku konštrukcii dvojrozmernej plochy k zadanej integračnej krivke v rozšírenom fázovom priestore, a extremalizovaný účinok je integrálom cez túto plochu. Alternatívne, k uvedenej dva-forme sa skonštruuje prirodzená jedna-forma (vnútorným súčinom s vektorovým poľom pozdĺž časovej osi), ktorej integrál je účinok a jeho extremalizácia vedie potom k rovnakým rovniciam ako v prvom prípade. Na tejto časti práce by som vyzdvihol spôsob postavenia problému prostredníctvom formálnych úvah o matematických štruktúrach, ktoré máme “prirodzene” v danej súvislosti k dispozícii.

Čo na tejto časti práce nezodpovedá celkom môjmu vkusu sú niekedy príliš formálne-matematické argumenty, ako napr. snaha akéhosi “odôvodnenia” pevného rozdelenia $3N$ -rozmerného fázového priestoru na trojrozmerné podvariety pomocou predstavy existencie (neznámeho) tenzorového poľa a ako invariantu prípustných transformácií (argumentuje sa napr. komplexnou, alebo symplektickou štruktúrami ako analógiami), a ani formálny prístup k variačnému princípu nebol celkom podľa mojej matematicko-fyzikálnej estetiky. To však nemení nič na existencii spomenutých výsledkov. Ako autor uvádza, o dva roky neskôr publikovaný článok (L. Takhtajan, *Commun.Math.Phys.***160**(1994)295–315) obsahuje prakticky identickú konštrukciu dvo-

jrozmerného akčného integrálu pre Nambuove rovnice, čo dokumentuje atraktivnosť netradičnej konštrukcie z pera Dr. Fecka.

Kapitola **Aplikácie teórie konexií v mechanike deformovateľných telies** mi pripadá byť najzaujímavejšou časťou práce: Na analýze pohybov “*padajúcej mačky*”, “*gitarovej struny*” a *trojkolesového auta* je demonštrovaná užitočnosť metód modernej diferenciálnej geometrie používanej v *kalibračnej teórii polí* aj v takých oblastiach klasickej fyziky, ako je pohyb deformovateľných telies. V uvedených aplikáciách metód teórie konexií (ktorých pomenovanie treba brať symbolicky – publikované úvahy zahŕňajú oveľa širšiu triedu javov, než sa uvádza v motivačných tituloch článkov) sa využíva existencia symetrie dynamiky opisovaného fyzikálneho systému, ako aj nejaká vedľajšia podmienka kladená na pohyb (nulovosť hodnôt integrálov pohybu v prípade “mačky”, alebo neholonómna väzbová podmienka – bezšmykový pohyb kolies po podložke – v prípade auta) na konštrukciu neintegrovateľnej konexie (t.j. s nenulovou krivosťou). Pritom zodpovedajúcou hlavnou fibráciou je tu konfiguračný priestor systému, v ktorom je bázou množina “neumiestnených tvarov” deformovateľného systému a jednotlivé “vlákna” (homeomorfné grupe symetrie) sú orbity pôsobenia grupy symetrie na konfiguračnom priestore; akcia grupy je volená pritom tak, že nemení “neumiestnené tvary” systému (napr. euklidovou grupou v rovine prenášame auto bez zmeny pootočenia volantu a kolies vzhľadom k systému súradníc viazanému na karosériu auta). Získané konexie umožňujú špecifikovať možné trajektórie systémov v konfiguračnom priestore pri zachovaní požadovaných vedľajších podmienok.

Z troch článkov venovaných tematike tejto kapitoly je článok *J. Math. Phys.* **36** (1995) 6709–6719 najobsažnejší a obsahuje elegantný matematický výklad spomenutých skutočností pre ľubovoľné Lagrangeove mechanické systémy (s nedegenerovaným Lagrangiánom kvadratickým homogénnym v rýchlostiach) so súvislou Lie-ovou grupou symetrie G pôsobiacou na konfiguračnej variete voľne a “vlastne” (definované v článku); v tomto prípade prirodzený zdvih tejto akcie pôsobí na tangenciálnej fibrácii Poissonovskej (vzhľadom k prirodzenej symplektickej štruktúre prenesenej z kotangenciálnej fibrácie pomocou metriky definovanej Lagrangiánom). Na konštrukciu konexie sa používajú len takýmto zadaním určené geometrické štruktúry.

V článkoch o “gitare” a “aute” sa namiesto Lagrangiánu na konštrukciu konexií používajú neholonómne väzby; úlohu invariantnosti Lagrangiánu tu preberá požiadavka invariantnosti fibrácie konfiguračného priestoru určenej väzbami. Tieto články sú písané na menej abstraktnej úrovni a môžu byť dobrou pedagogickou pomôckou pri výuke všade tam, kde sa vyskytujú konexie a poslucháči obľubujú názorné aplikácie.

Vo všetkých uvedených článkoch sa nevyšetruje úplná dynamika systémov, ale len možné trajektórie v konfiguračných priestoroch.

Kapitola **1 + 3 rozklady pomocou diferenciálnych foriem** pojednáva o probléme opisu veličín a ich vzťahov vo všeobecnej teórii relativity z hľadiska lokálneho pozorovateľa: Predpokladá sa zadané časupodobné vektorové pole V na Einsteinovej variete (t.j. 4-rozmerná varieta s danou pseudoriemannovou metrikou signatúry $(+, -, -, -)$), ktorého integrálne krivky reprezentujú svetočiary uvažovaných lokálnych pozorovateľov. Výsledkom je elegantný formalizmus rozkladu foriem a operácií na nich umožňujúci pracovať s formulami v 4–priestore tak, aby bola zrejماً ich priestoro–časová in-

terpretácia z hľadiska pozorovateľov špecifikovaných zvoleným časupodobným vektorovým poľom. Základom použitej techniky je zavedenie vhodného rozkladu identity na dva projektory. Tak autor dostáva ako "3 + 1 rozklady" ľubovoľných foriem, tak aj špecifické ohraňenia Hodge-ovho operátora a operátora vonkajšej derivácie na tak získané "priestorové časti" diferenciálnych foriem. Formalizmus aplikuje napr. na integrovanie na priestorupodobných podvariatách (ohraňenie Stokesovej vety), ako aj na "trojrozmerný" prepis Maxwellových rovníc, ktoré vo všeobecnom prípade ľubovoľného "pozorovateľa" obsahujú netradičné aditívne členy.

Navrhujem, aby predložený text RNDr. Mariána Fecka, CSc. bol uznaný za habilitačnú prácu a aj na jeho základe bola jeho autorovi udelená vedecko-pedagogická hodnosť "Docent".

Bratislava, 11. Jún 2001.



Doc. Ing. P.Bóna, CSc.
oponent