

OTÁZKY na skúšku z predmetu
Matematická fyzika 2
Marián Fecko; fecko@fmph.uniba.sk

5. VONKAJŠIA ALGEBRA

5.1. Motivácia - objemy rovnobežnostenov

Plocha rovnobežníka, objem rovnobežnostena a pojem n -formy

5.2. p -formy a vonkajší súčin

Priestor p -foriem, jeho rozmer, vonkajší súčin a jeho vlastnosti, zápis formy pomocou bázy

Vonkajší súčin a lineárna (ne)závislosť (ko)vektorov

5.3. Vonkajšia algebra ΛL^*

Vonkajšia algebra ΛL^* zodpovedajúca L , jej rozmer, \mathbb{Z} a \mathbb{Z}_2 -graduovanosť

5.4. Vnútorý súčin i_v

Definícia a základné vlastnosti vnútorného súčinu i_v

5.5. Orientácia v L

Delenie báz v L na dve rovnako veľké polovice, pojem orientácie

5.6. Determinant a zovšeobecnené Kroneckerove symboly

Pojem p -deltu, vzorec pre determinant pomocou symbolu $\epsilon_{a\dots b}$, vyjadrenie súčinu dvoch ϵ -nov cez p -deltu

5.7. Metrická forma objemu

Vôľa vo forme objemu v L , jej fixovanie pomocou metrického tenzora a orientácie

Definovanie orientácie pomocou formy objemu

5.8. Hodgeov operátor (dualizácie) $*$

Zavedenie a vlastnosti oprátora $*$

Skalárny súčin v priestore p -foriem

Operátory i_v a j_v ako združené operátory v zmysle (\cdot, \cdot)

6. DIFERENCIÁLNY POČET FORIEM

6.1. Formy na variete

Pojem p -formy na variete, jej zápis pomocou súradnicovej bázy

Pull-back foriem a morfizmus Cartanových algebier indukovaný zobrazením $M \rightarrow N$

Graduovaný komutátor derivácií \mathbb{Z} -graduovanej a graduovane komutatívnej algebry (napr. Cartanovej)

6.2. Vonkajšia derivácia

Vlastnosti vonkajšej derivácie; správanie voči f^* , vzťah s Lieovou deriváciou, Cartanove vzorce

6.3. Orientovateľnosť, Hodgeov operátor a forma objemu na M

Pojem (ne)orientovateľnosti variet, vzťah k forme objemu a prenosu repéru po slučke

7. INTEGRÁLNY POČET FORIEM

7.1. Podintegrálne výrazy ako diferenciálne formy

Vlastnosti podintegrálnych výrazov, ktoré nabádajú vnímať ich ako formy

7.2. Euklidovské simplexy a reťazce

Euklidovské simplexy a reťazce, hraničný operátor $\partial : C_p \rightarrow C_{p-1}$

7.3. Simplexy a reťazce na variete

Simplexy a reťazce na variete, hraničný operátor $\partial : C_p(M) \rightarrow C_{(p-1)}(M)$

7.4. Integrál formy po reťazci na variete

Definícia integrálu formy po reťazci na variete, jeho redukcia na Riemannov integrál po štandardnom simplexe

7.5. Stokesova veta

Stokesova veta pre integrál formy po reťazci na variete

7.6. Integrál po oblasti na orientovateľnej variete

Integračná oblasť ako reťazec, zachovanie orientácie, orientácia v zmysle vonkajšej normály, "vonkajšia" hranica

7.7. Integrál po oblasti na orientovateľnej riemannovskej variete

Integrál funkcie po n -rozmernej oblasti

Integrály 1. a 2. druhu, krivkové, plošné a objemové hustoty fyzikálnych veličín

7.8. Integrál a zobrazenia variet

Jednoduché vyjadrenie integrálu po obraze oblasti cez integrál po pôvodnej oblasti

8. ŠPECIÁLNE PRÍPADY A APLIKÁCIE STOKESOVEJ VETY

8.1. Elementárne situácie

Newtonov-Leibnizov vzorec, plocha pod krivkou, objem pod plochou, Greenova veta

8.2. Divergencia a Gaussova veta

Lieova derivácia a divergencia vektorového poľa, jej súradnicové vyjadrenie

Interpretácia divergencie vektorového poľa, geometrický význam polí s nulovou divergenciou

Gaussova veta (ako špeciálny prípad Stokesovej vety pre formy)

8.3. Kodiferenciál a Laplaceov-deRhamov operátor

Skalárny súčin $\langle \alpha, \beta \rangle$ foriem na riemannovskej variete

Kodiferenciál ako združený operátor k diferenciálu d , jeho súradnicové vyjadrenie a vlastnosti

Laplaceov-deRhamov operátor a Laplaceov-Beltramioho operátor

Operátory prirodzené voči difeomorfizmom

8.4. Greenove identity

Greenove identity v jazyku foriem, ich prepis pomocou normálovej derivácie

8.5. Vektorová analýza v E^3

Diferenciálne formy v E^3 , ich kódovanie do skalárnych a vektorových polí

Vonkajšia derivácia v kódovaní do skalárnych a vektorových polí

Stokesova veta pre formy v kódovaní do skalárnych a vektorových polí

Algebraické operácie s formami v kódovaní do skalárnych a vektorových polí

8.6. Funkcie komplexnej premennej

Komplexný jazyk pre formy v \mathbb{R}^2 , špecifikum 1-foriem $f(z)dz$

9. POINCARÉHO LEMA A KOHOMOLÓGIE

9.1. Jednoduché príklady uzavretých neexaktných foriem

Uzavretosť, exaktnosť a formy objemu na kompaktných varietách

9.2. Konštrukcia potenciálu na stiahnuteľných varietách

Stiahnuteľné variety (do bodu), stiahnutie \mathbb{R}^n

Homotopický operátor a ako rieši problém obrátenia $dd = 0$

Explicitný vzorec pre potenciál uzavretej formy v \mathbb{R}^n

Kritérium holonómnosti (ko)repérneho poľa pomocou Poincarého lemy

9.3. Kohomológie a deRhamov komplex

Všeobecný pojem komplexu a jeho kohomológií

deRhamov komplex a jeho vzťah k Poincarého leme

14. HAMILTONOVSKÁ MECHANIKA A SYMPLEKTICKÉ VARIETY

14.1. Poissonovská a symplektická štruktúra na variete

Odhalenie Poissonovho tenzora vhodným prepisom Hamiltonových rovníc

Nedegenerovaný Poissonov tenzor, prechod do jazyka foriem

Symplektická forma, hamiltonovské polia a ich vlastnosti

Poissonova zátvorka a algebra pozorovateľných klasickej mechaniky

14.2. Darbouxova veta, kanonické transformácie a symplektomorfizmy

Kanonický tvar uzavretej 2-formy, špeciálne symplektickej formy

Súradnice "typu (q,p)", kanonické transformácie

14.3. Poincarého-Cartanove integrálne invarianty

Formy, ktoré sú invariantné voči toku všeobecného vektorového poľa; ich vlastnosti

Forma ω ako invariantná forma, dôsledky

Relatívne invariantné formy a invarianty za relatívnu invariantnosť θ

15. PARALELNÝ PRENOS A LINEÁRNA KONEXIA NA M

15.1. Zrýchlenie a paralelný prenos

Potreba prenášania vektorov na definovanie zrýchlenia

15.2. Paralelný prenos a kovariantná derivácia

Vlastnosti paralelného prenosu, absolútna derivácia

Lineárna konexia a kovariantná derivácia

Koeficienty konexie, Christoffelove koeficienty, ich transformačné vlastnosti

Realizácia absolútnej derivácie a paralelného prenosu pomocou pojmu kovariantná derivácia

Rovnice paralelného prenosu, autoparalelné pole

15.3. Kompatibilita s metrikou, RLC konexia

Metrická konexia

Tenzor torzie, jeho komponentné vyjadrenie, symetrická konexia

Konexia, ktorá je zároveň metrická a symetrická, explicitný vzťah pre jej Christoffelove symboly

15.4. Geodetiky

Geodetika ako rovná čiara, afinná parametrizácia

Geodetika ako čiara extrémálnej dĺžky

Lagrangeovský formalizmus pre zápis geodetiky a výpočet Christoffelových symbolov

15.5. Tenzor krivosti

Paralelný prenos po infinitezimálnej slučke a operátor krivosti

Prečo je plná informácia o operátore krivosti v (Riemannovom) tenzore krivosti

Kontrakcie tenzora krivosti, Ricciho tenzor a skalárna krivosť

Pojem holonómie lineárnej konexie

15.6. Formy konexie a Cartanove štruktúrne rovnice

Základné objekty teórie lineárnej konexie v jazyku foriem, ich transformačné vlastnosti voči zmene repérneho poľa

Cartanove štruktúrne rovnice a ich tvar pre RLC-konexiu

Cartanove štruktúrne rovnice pre dvojrozmerné variety

Bianchiho a Ricciho identity

16. TEÓRIA ELEKTROMAGNETICKÉHO POĽA V JAZYKU FORIEM

16.1. Diferenciálne formy v Minkowského priestore $E^{1,3}$

Pojem priestorových foriem, ich vyjadrenie v jazyku vektorovej analýzy

Vyjadrenie ľubovoľnej formy v Minkowského priestore pomocou dvoch priestorových foriem

Vyjadrenie operácií na formách v Minkowského priestore pomocou operácií známych z vektorovej analýzy

16.2. Maxwellove rovnice v jazyku diferenciálnych foriem

2-forma poľa a (Maxwellove) rovnice pre ňu

Fyzikálny význam kouzavretosti formy prúdu a konzistentnosť Maxwellových rovníc

Štruktúra rovníc elektro- a magnetostatiky v jazyku foriem

16.3. Kalibračné transformácie, účinkový integrál

Obrátenie Poincarého lemmy a existencia 4-potenciálu, kalibračné transformácie, Lorentzova kalibrácia

Tvar účinku pre Maxwellove rovnice s danými zdrojmi (formou prúdu), jeho kalibračná invariantnosť

Variácia účinku, pojem variačnej derivácie a odvodenie pohybových rovníc

Účinok pre skalárne pole, odvodenie pohybovej (Kleinovej-Gordonovej) rovnice

11. DIFERENCIÁLNA GEOMETRIA NA LIEOVÝCH GRUPÁCH

11.1. Ľavoinvariantné tenzorové polia na Lieovej grupe

Pojem ľavoinvariantného tenzorového poľa na Lieovej grupe

Prečo tvoria (pre daný typ tenzora) konečnorozmerný priestor

Ľavoinvariantné 1-formy na $GL(n, \mathbb{R})$

Technika hľadania ľavoinvariantných tenzorov na maticových grupách (finta $A^{-1}dA$)

11.2. Lieova algebra \mathcal{G} grupy G

Lieova algebra ľavoinvariantných vektorových polí na G

Lieova algebra ako dotykový priestor v jednotke grupy

Maurerove-Cartanove vzorce a štruktúrne konštanty

Kanonická 1-forma (s hodnotami v Lieovej algebre) na G

11.6. Invariantný integrál na G

Ľavoinvariantná forma objemu G

Invariantný integrál funkcie na G