

# Kaluza-Klein, Yang-Mills a padanie mačky

Osnova prednášky na Akadémii Trojstenu, Bratislava, 16.decembra 2005

Marián Fecko

1. Padanie mačky
  - 1.1. Zákony zachovania - milý darček od Prírody (namiesto komplikovaných rovníc elementárna algebra; pritom s vymožitelnosťou práva v Prírode nie sú žiadne problémy - zákony sa jednoducho dodržiavajú)
  - 1.2. Zákon zachovania mechanickej energie
    - 1.2.1. Ako počítame rýchlosť kameňa po dopade (bicykla na konci zjazdu)
  - 1.3. Zákon zachovania hybnosti a momentu hybnosti
    - 1.3.1. V izolovanej sústave (súčet vonkajších síl nulový) sa celková hybnosť zachováva
    - 1.3.2. Prečo odskočí vozík, z ktorého zoskočím (kanón, z ktorého vystrelím, ...)
    - 1.3.3. Ako počítame rýchlosti objektov po (pružnej) zrážke (z.z. hybnosti a energie)
    - 1.3.4. Čo je moment sily a moment hybnosti
    - 1.3.5. V izolovanej sústave (súčet momentov vonkajších síl nulový) sa celkový moment hybnosti zachováva
    - 1.3.6. Ako zrýchľuje piruetu krasokorčuliar/ka
  - 1.4. Ako sa dá otáčať v priestore pri nulovom (!) momente hybnosti
    - 1.4.1. Príklad 1.: príliš jednoduchý živočích (nevie sa otočiť)
    - 1.4.2. Príklad 2.: živočích s jedným kolenom (vie sa už otočiť)
    - 1.4.3. Príklad 3.: ako sa dá otočiť na stoličke od klavíra (s nohami vo vzduchu)
    - 1.4.4. Príklad 4.: ako sa otáčajú skokani do vody a skokani na trampolíne (a mačka)
  - 1.5. Ako sa dá to otáčanie geometricky predstaviť
    - 1.5.1. Priestor umiestnených a neumiestnených tvarov
    - 1.5.2. Zdvih krivky zdola hore
    - 1.5.3. Zdvih slučky môže dať "neslučku"
2. Priestoročas: svet je štvorrozmerný
  - 2.1. Einsteinova teória relativity a priestoročas
    - 2.1.1. ŠTR - Einsteinova práca z roku 1905 (100 rokov); ešte bez pojmu priestoročas
    - 2.1.2. Priestoročas v ŠTR (Poincaré; Minkowski 1909; priestor a čas sa môžu miešať)
    - 2.1.3. Gravitácia - zakrivený priestoročas (kamarát Grossmann; metrický tenzor  $g_{\mu\nu}(x)$  - matica 4x4)
    - 2.1.4. Rovnice poľa (Einsteinove, pre  $g_{\mu\nu}$ ; hmota zakrivuje priestoročas)
    - 2.1.5. Pohyb v gravitačnom poli = pohyb po geodetikách ("priamkách" v krivom priestore)
  - 2.2. Elektromagnetizmus
    - 2.2.1. Zjednotenie elektriny a magnetizmu (19-te storočie, Faraday, Maxwell)
    - 2.2.2. Elektrické pole, potenciál a napätie (= rozdiel potenciálov)
    - 2.2.2. K potenciálu pridáme konštantu - napätie sa nezmení (zárodok kalibračných transformácií)
    - 2.2.3. (Štvor)potenciál  $A_\mu$  - stĺpček 4x1, kalibračné transformácie (nemenia sa polia  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{B}$ )
  - 2.3. Yang-Mills 1954 - zovšeobecnenie elektromagnetizmu (prvá "neabelovská" kalibračná teória poľa)
    - 2.3.1. Zovšeobecnenie potenciálov a kalibračných transformácií (Yangove-Millove rovnice)
    - 2.3.2. Ďalšie modely kalibračných polí, Štandardný model elementárnych častíc (Nobelova cena)
3. Kaluza-Klein: svet je päť(alebo aj viac)rozmerný
  - 3.1. Pôvodný Kaluzov nápad z roku 1919: svet je päťrozmerný (metrický tenzor  $g_{AB}$  - matica 5x5)
  - 3.2. "Einsteinove" rovnice v 5-rozmernom priestore dávajú Einsteinove + Maxwellove v 4-rozmernom
  - 3.3. Pohyb po geodetikách v 5-rozmernom = pohyb v gravitačnom + elmag. poli v 4-rozmernom
  - 3.4. Rozvinutie - "moderné" Kaluzove-Kleinove teórie (E+YM rovnice, pohyb v grav.+YM poli)
4. Kaluza-Klein a padanie mačky: súvis ?
  - 4.1. Čo má spoločné sedem pomarančov a sedem svetelných rokov: číslo sedem. Číslo (napríklad sedem) je matematický pojem, ktorý spája spústu objektov. Sú aj iné (zložitejšie) matematické pojmy, ktoré ("formálne") kadečo spájajú. Napríklad funkčná závislosť  $y = \sin x$ . A aj oveľa zložitejšie.
  - 4.2. Súvis: matematická štruktúra priestorov umiestnených a neumiestnených tvarov z 1.5.1 je rovnaká, ako štruktúra "veľkého" priestoru v Kaluzovi-Kleinovi a "malého" priestoročasu
  - 4.3. Navyše sa zistilo [7], že "optimálne" padanie mačky je také, že to ide po geodetikách v priestore neumiestnených tvarov (presný analóg Kaluzu-Kleina)
  - 4.4. Odtiaľ vyplýva, že mačky sa učia Kaluzu-Kleina už na základnej škole (cvik zvládajú už dosť malé)

## 5. Neholonómnosť

- 5.1. Čo to je: jav, keď obídeme po (nejakej, abstraktnej) slučke a (nejaká, abstraktná) vec sa zmení
- 5.2. Kde to dostať kúpiť:
  - 5.2.1. Mačka (slučka v priestore neumiest. tvarov - po nej je otočená)
  - 5.2.2. Pohyb auta po ceste (parkovací manéver obsahuje slučku, po nej sme inde)
  - 5.2.3. Termodynamika (cyklickým procesom sa vykonala práca)
  - 5.2.4. Synchronizácia hodín vo VTR (synchronizácia po slučke skončí s nesynchronizovanými)

**Odporúčaná literatúra**

- [1] M. Macháček: Fyzika pro základní školy a víceleté gymnázia (6,7,8,9), je aj slovenský preklad
- [2] A.Einstein: Fyzika ako dobrodružstvo, v slovenčine Osveta, Martin, 1958
- [3] L.D.Landau,A.I.Kitaigorodskij: Fyzika pre každého, Alfa, 1972
- [4] G.Gamow: Pán Tompkins v ríši divov, Mladá Fronta, 1986
- [5] E.F.Taylor, J.A.Wheeler: Spacetime physics, W.H.Freeman 1966 - zrozumiteľné odhodlaným stredoškólakom
- [6] všeličo možné na internete
- [7] R.Montgomery: Isoholonomic Problems and Some Applications, Com.Math.Phys.128, 565-592 (1999)  
- náročný vedecký článok