

PADANIE MAČKY A MATEMATICKÁ FYZIKA

Čo sa stane a čo je na tom zaujímavé?

Určite ste už počuli, že keď necháme padat' mačku z rozumnej výšky na zem, dopadne vždy na nohy. Bez ohľadu na to, v akej polohe ju pustíme. Môžeme ju pustit' aj v polohe s nohami nahor, počas pádu sa stihne rýchlo otočiť a dopadne bezpečne na nohy.

Je na tom niečo zaujímavé? Aby sme to ocenili, predstavme si jednoduchšiu situáciu. Sedíme nehybne so zavretými očami na otočnej stoličke pri klavíri a sústreďujeme sa pred hrou náročnej skladby. Otvoríme oči, chceme hrať a vtedy si všimneme, že keď sme oči zatvárali, zabudli sme sa nasmerovať presne ku klávesom, takže aj teraz sedíme tak trochu šikmo. Nič hrozné, trochu sa otočíme, aby sme to napravili. Ako? Buď sa chytíme rukou klavíra, alebo sa oprieme nohou o zem.

Mačka má podobný problém, ale na rozdiel od nás sa *nemá čoho* chytiť ani sa o čo oprieť. Musí to otočenie zvládnuť *bez opory*. Nedajme sa zahanbiť a skúsme to bez dotyku zeme či klavíra aj my na tej stoličke. Keď to ale *naozaj* skúsime (a stolička sa otáča veľmi ľahko), zistíme, že nám to akosi nejde. Vždy keď otočíme povedzme ruky doprava, nejaká tajomná sila nám otočí nohy a trup doľava. Ruky sú už síce presne nad klávesami, ale v takejto pokrútenej polohe skladbu nezahráme.

Po nejakých skúškach a omyloch však zistíme, že sa to predsa len dá. Možností je veľa. Napríklad takáto: Jednou rukou opisujeme vo vzduchu trojuholník vzpažit', predpažit', upažit' a späť vzpažit'. Na konci cyklu (trojuholníka) sedíme voči *stoličke rovnako* ako na začiatku, ale voči *klavíru* (a okolitému svetu) sme trochu *otočení!* Takže po niekoľkých takýchto cykloch môžeme začať pohodlne hrať.

Mačka teda našla podobný (oveľa náročnejší) figel', ako po istom čase my na tej stoličke. A prečo ho našla hneď a my nie? Evolučne vzaté, dnešné mačky sú potomkami tých predkov, ktorí počas lovu padali správne. (Tým, ktorí správne nepadali sa - s poškodenými chrbticami - až tak pohodlne nerozmnožovalo). Naším predkom v afrických savanách však nikto nebránil, aby sa klavíra kedykoľvek chytili. Jedincov, ktorí pri ňom vďaka náhodnej mutácii génov spontánne opisovali vo vzduchu rukou trojuholníky, považovali skôr za čudákov. Evolučne neboli nijako odmenení.

Poznamenajme, že figle potrebné k otáčaniu sa v priestore bez opory potrebujú vedieť aj skokani do vody. Tí pre zmenu štartujú z počiatočnej polohy hlavou hore a do vody dopadnú hlavou dolu. A vraj aj kozmonauti. Na rozdiel od mačiek sa ich však musia trpezlivo učiť.

Elementárna fyzika - moment hybnosti

Poznávanie má jednu zvláštnu črtu. Kým vieme málo, nové veci nás neprekvapujú. Zaradíme ich do kratučkého zoznamu poznaného a ide sa ďalej. Keď sa zoznam predlžuje, dochádza k novému javu - nové veci môžu nesediť s doterajšími. Ak sme už desaťkrát videli padat' kameň, vieme, že kamene padajú smerom dolu. Keby sme pustili jedenásty a padal by smerom hore, spozneme ich. Kamene *majú* padat' smerom dolu.

Sú ľudia, vzdelanci, ktorí majú vo svojom zozname poznaného aj pojem *moment hybnosti*. A tí pri pohľade na mačku, ktorá sa sama otáča, spozorujú. Majú pocit, že tu niečo nehrá. Že

vidia kameň, ktorý nepadá smerom dolu. Moment hybnosti je totiž fyzikálna veličina, ktorá sa do zoznamu poznaného ukladá spolu s vizuálnou predstavou, že sa niečo *točí*. Točiť sa a nulový moment hybnosti bývajú v zozname ako kamaráti, ktorých doteraz vždy videli len spolu. Nerozlučná dvojica.

Vzdelanci spozornejú, keď si skombinujú fakty, že mačka má na začiatku deja moment hybnosti *nulový* (to si vedľa vyrátať) a potom sa začne sama otáčať. My, poznaním nepoškvrnení, v tom nevidíme ani po ich varovaní nič zlé. No bože, tak sa ten moment zmenil, vtedy bol nulový a teraz už nie je. Lenže vzdelanci na rozdiel od nás vedia aj to, že mačka si sama svoj moment hybnosti zmeniť nemôže. Taký je Zákon. Majú ho v zozname. Takže je *nulový vždy*. A preto dedukujú, že by jej samotočenie nemalo byť možné.

Vzdelanci sa však aj zamýšľajú. Vďaka tomu si uvedomia, že keď sa telesu povolí *meniť svoj tvar*, z nerozlučnej dvojice sa stane rozlučná. Ak mačka točí labkou tam a chvostom hentam, celkový moment hybnosti môže zostať nulový (dva príspevky sa môžu vykompenzovať). Mačka sa tak *v princípe môže otočiť* do správnej polohy aj pri nulovom momente hybnosti.

Poznávanie má ešte jednu zvláštnu črtu. Keď nám niečo nehrá a začneme o tom rozmýšľať, často sa to skončí tak, že si lepšie upraceme zoznam poznaného, čiže *hlbším* poznaním.

Čo zistili Wilczek a Shapere

V roku 1989 vyšiel v časopise American Journal of Physics článok, v ktorom americkí teoretickí fyzici F.Wilczek a A.Shapere ukázali, ako sa dá dynamika otáčajúcej sa mačky prirodzene opísať v rámci matematického aparátu, ktorý poznajú fyzici ako *kalibračné polia*.

(Wilczek nie je žiadne béčko, neskôr dostal - za úplne iné veci - Nobelovu cenu za fyziku! Shapere bol vtedy jeho doktorand a toto bola téma jeho PhD práce. Spomínaný časopis sa orientuje na vysokoškolských učiteľov fyziky, teda nie primárne na vedcov. Ten istý výsledok publikoval o päť rokov skôr v jednom vedeckom ale menej masovo čítanom časopise vychádzajúcom vo Francúzsku matematik A.Guichardet. Vo svojom článku skúmal vibračný pohyb v molekulách a postreh o zhode tohto problému s otáčaním sa mačky uňho zaberá necelé dva riadky.)

Na tom by azda nebolo nič až také zaujímavé, keby *taká istá* matematika nebola kľúčovým prvkom aj vo fundamentálnej fyzike elementárnych častíc alebo v modernej teórii kondenzovaných látok. (Obaja autori sú časticoví teoretici a tento formalizmus bol ich každodennou rutinou.) Teda je napríklad základom aj pre „Štandardný model“ elementárnych častíc, spojený s mnohými Nobelovými cenami a priamo či nepriamo skoro so všetkým, čo sa robí v CERN-e.

Táto matematika umožňuje pochopiť, *prečo* sa mačka vôbec môže otočiť (je za tým abstraktný pojem *krivosť*) a následne aj zhruba algoritmus, *ako* to robiť. Dokonca aj to, ako tento proces *optimalizovať* (mať „čo najviac muziky za čo najmenej peňazí“) - treba siahnuť k ďalšej podobne uletenej matematike, napríklad takej, akou sa hľadajú „geodetiky v Kaluzovej-Kleinovej geometrii“. Žiaden strach, toto sa tu nebudeme pokúšať podrobnejšie vysvetľovať. Spomeňme len, že svojím článkom z roku 1921 Kaluza odštartoval teórie, ktoré nehľadajú pravdu vo víne, ale v dodatočných priestorových rozmeroch sveta, v ktorom žijeme. (A ktoré priamo „nevidíme“. Takou je napríklad teória strún.)

Matematická fyzika - kde sa tu nabrali kalibračné polia

Kde sa v probléme otáčania sa mačky nabral zložitý matematický aparát z fyziky elementárnych častíc? Čo už len môžu mať tieto dve veci spoločné?

Nuž, z pohľadu matematickej fyziky majú. Presné vysvetlenie je nad rámec tohto textu. Zhruba by sa to ale dalo povedať tak, že v oboch oblastiach je v matematickom opise reality istá *prirodzená vôľa* (odborne zvaná *kalibračná vôľa*), čiže nejednoznačnosť a možnosť ľubovoľného výberu čohosi.

V teórii elementárnych častíc je tá vôľa rýdzo abstraktná a nenázorná. Jej laický výklad si tu radšej odpusťme. V populárnych knihách o Veľkom tresku, čiernych dierach, božských časticiach a teórii všetkého to býva vysvetlené dostatočne „sexi“, čiže nepochopiteľne.

Na nájdenie spomínanej vôle v probléme mačky sa treba zamerať na to, čo vôbec myslíme pod pojmom „otočiť sa“, ak sa bavíme o telese, ktorého tvar sa v čase mení (deformuje sa). Ukazuje sa, že o rotácii (jej uhle a osi, okolo ktorej sa deje) môžeme zmysluplne hovoriť len pri telesách, ktoré svoj tvar nemenia (sú tuhé). Ak sa tvar s časom postupne mení, použije sa trik: V každom čase sa zavedie čosi ako „pomocné tuhé teleso“, pre ktoré sa tá rotácia jednoznačne určí. Výber tých pomocných tuhých telies obsahuje istú vôľu a tá sa ukazuje byť presne takou, akú potrebujeme na použitie formalizmu kalibračných polí.

Dá sa to povedať aj tak, že síce formálne zavádzame momentálne otočenia mačky v *každom* čase medzi štartom (povedzme mačka hore nohami) a cieľom (nohy dolu), ale pre časy iné ako štart a cieľ v skutočnosti nejde o naozajstné otočenia mačky (tie sa korektne definovať *nedajú*, lebo jej tvar je stále iný), ale len o nezaujímavé otočenia akýchsi pomocných tuhých telies. Čo je ale na tomto prístupe úžasné je to, že keď *sčítame* tieto nezaujímavé otočenia pomocných tuhých telies, dostaneme už dobre definované *naozajstné* (čiže zaujímavé) výsledné otočenie mačky a celá (obrovská) vôľa vo výbere pomocných tuhých telies v medzikrokoch sa na *výslednom* otočení mačky nijako neprejaví. No a presne toto je aj typická črta výpočtov v teórii elementárnych častíc: Na začiatku sa urobí ľubovoľný výber v rámci istej vôle, ale výsledok od tohto výberu nezávisí.

Je za tým výskumom loby milovníkov mačiek?

Technokrat, ktorý chce vidieť za každým eurom investovaným do vedy *okamžite* najmenej päť eur späť cez praktické aplikácie, musí žasnúť, akými hlúposťami sa dokážu zaoberať niektorí teoretickí fyzici. (Dokonca aj budúci nositeľ Nobelovej ceny! Ešte že to bolo z amerických daní, nie z našich.) Mačky sa predsa vedeli otáčať aj bez nášho výskumu a aj články o optimalizácii svojho pohybu si prečítajú iba poniektoré.

Tak len pre pokoj na duši: Takéto veci sa ukázali byť veľmi zaujímavé pre *robotiku*. Príklad: Moderné výrobné haly sú plné zložitých mechanických zariadení, kde komplikované sústavy ramien tu niečo uchopia, tam to spoja s čímisi iným a hentam to k niečomu priskrutkujú. A čuduj sa svete, matematika veľmi podobná na tú z opisu pohybu mačky príde na to presne vhod! O to investované euro netreba mať strach. Veď to je do robotiky. Vráti sa.