

Ročníkový projekt - zimný semester

Cieľom tohto ročníkového projektu v zimnom semestri bol návrh, implementácia a analýza rôznych metód Monte Carlo integrácie a taktiež ich debuggovanie.

Moja práca sa sústredila na tri hlavné oblasti:

1. RefaktORIZÁCIA a stabilizácia existujúceho kódu.
2. Debuggovanie a zabezpečenie reprodukovateľnosti výpočtov. Pridala sa správa seedu pre generátor náhodných čísel, čo umožňuje presnú replikáciu experimentov, a je kľúčové pri identifikácii rozdielov medzi metódami opt a
3. Implementácia novej metódy rOpt (Randomized Optimized), ktorá rozširuje možnosti adaptívneho vzorkovania.

Zo začiatku projektu, sa moja práca začala refaktORIZÁCIOU kódu a ošetrovaním vstupov, čím sa minimalizovalo riziko chýb. Zásadným krokom bolo neskôr pridanie kontroly nad inicializáciou generátora náhodných čísel (seed). Zavedenie reprodukovateľnosti umožnilo izolovať vplyv náhody pri testovaní a exaktne analyzovať rozdiely v správaní metód opt a rOpt. Vďaka tomu bolo možné efektívne ladiť algoritmy a presne interpretovať rozdiely v ich výsledných štatistikách.

V rámci projektu boli implementované a testované dve hlavné stratégie adaptívneho vzorkovania

Metóda opt (Deterministická optimalizácia)

Jej hlavnou úlohou je identifikovať dimenziu, ktorá v danom momente najviac prispieva k celkovej chybe odhadu.

Mechanizmus výberu: Algoritmus v každej iterácii prechádza štatistiky všetkých dimenzií a hľadá index j , pre ktorý je hodnota výrazu $\frac{Cvar^2_j}{N_j(N_j+1)}$ maximálna, kde N_j označuje aktuálny počet vzoriek v danej dimenzii. Po identifikácii tejto dimenzie jej algoritmus prideli ďalšiu vzorku. Tým sa snaží prioritne „upratať“ tie časti výpočtu, ktoré vykazujú najvyšší relatívny rozptyl.

Slabinou tohto prístupu je jeho determinizmus. Ak počiatočné vzorky v niektorej dimenzii náhodne vykážu vysoký rozptyl, algoritmus sa na túto dimenziu môže neúmerne zamerať, pričom zanedbá ostatné dimenzie, čo v konečnom dôsledku vedie k nie najviac optimálnemu výsledku.

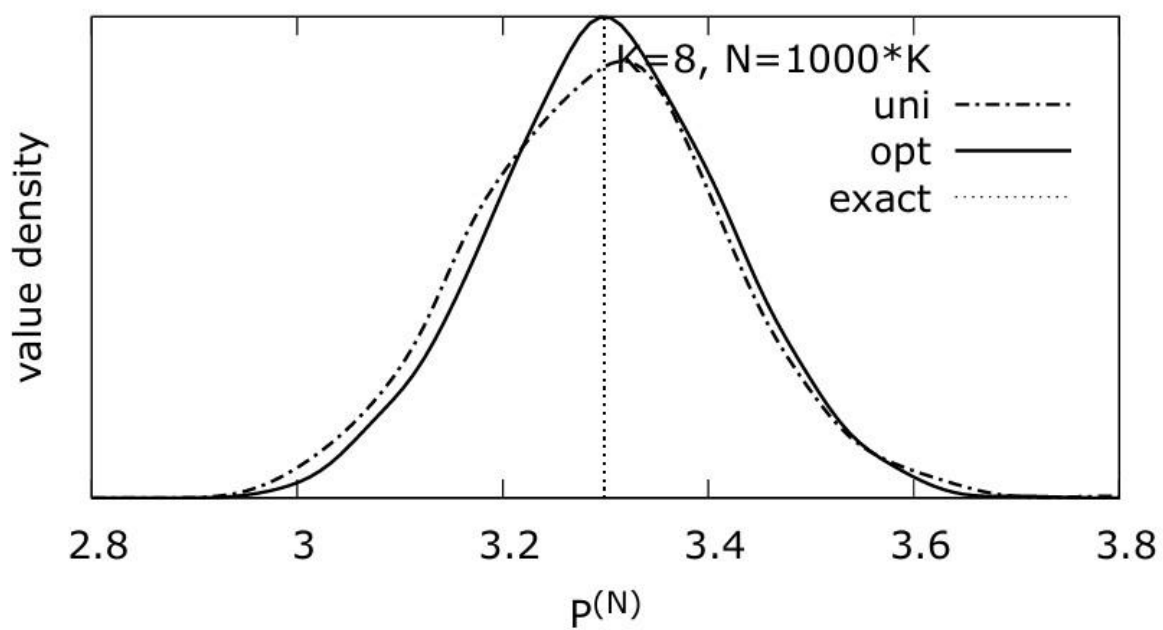
Metóda rOpt (Randomizovaná optimalizácia)

Metóda rOpt predstavuje rozšírenie deterministickej metódy opt o náhodný prvok, ktorý zmierňuje negatívne dôsledky deterministického výberu. Namiesto výberu dimenzie s maximálnou hodnotou kritéria sa pre každú dimenziu vypočíta váha w_j .

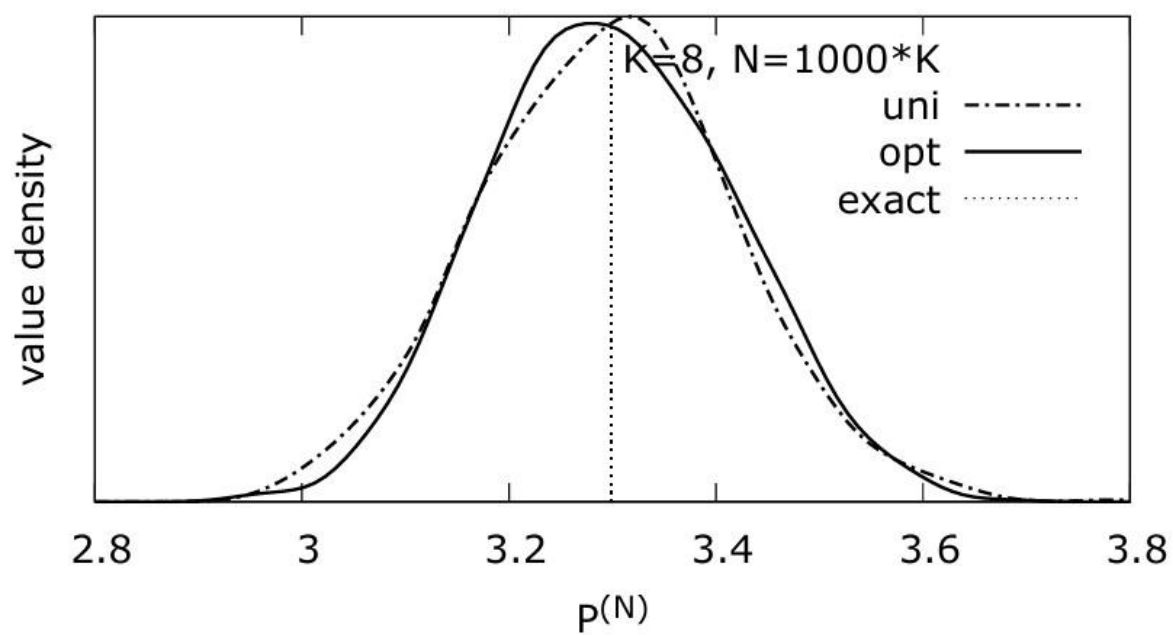
Tieto váhy sú následne použité na vážený náhodný výber dimenzie. Dimenzie s vyšším rozptylom majú vyššiu pravdepodobnosť, že budú vybrané, avšak výber nie je striktne deterministický. V implementácii je tento výber realizovaný generovaním náhodného čísla z intervalu $\langle 0, \sum w_j \rangle$ a následným výberom dimenzie podľa kumulatívnych váh. V prípade, že je súčet váh nulový (napríklad v počiatočnej fáze výpočtu), algoritmus bezpečne prechádza na uniformný náhodný výber.

Na základe vykonaných experimentov a vizualizácie výsledkov pomocou grafov hustoty pravdepodobnosti (obrázky priložené na ďalšej strane) možno konštatovať, že metóda rOpt dosahuje stabilnejšie a presnejšie výsledky než deterministická metóda opt.

Najvýznamnejším prínosom tejto práce je návrh a implementácia náhodnej optimalizovanej metódy rOpt, ktorá prekonáva deterministickú metódu opt predovšetkým z hľadiska stability a robustnosti voči štatistickému šumu.



Obrázok 1: Metóda rOpt



Obrázok 2: Metóda opt