ÚVOD DO KVANTOVEJ MECHANIKY

M. Grajcar, P. Markoš

Katedra Experimentálnej Fyziky

Kancelária F2-248
Telefón: 518
e-mail: grajcar@fmph.uniba.sk
e-mail: http://davinci.fmph.uniba.sk/~grajcar1/

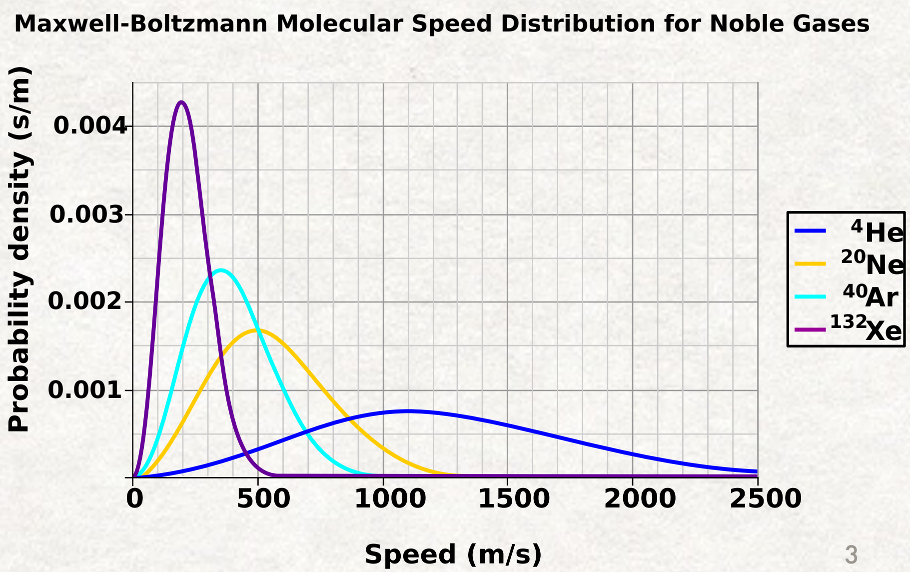
DOPORUČENÁ LITERATÚRA

- P. Markoš, Moderná fyzika FEI STU Bratislava
- Arthur Beiser, Úvod do moderní fyziky
- D.J. Griffiths, Introduction to quantum mechanics
- Robert Eisberg a Robert Resnick, Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei, and Particles, Wiley (1985)
- R. Feynman a kol., Feynmanove prednášky z fyziky 1,2,3, Vyd. ALFA
- E.H. Wichmann, Quantum Physics (Berkeley Physics Course)
- L.D: Landaua J.M. Lifšic, Úvod do teoretickej mechaniky 1,2 Vyd. ALFA
- Wikipedia, napr. http://en.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton
- Internetové stránky uvedené i neuvedené v prednáškach

PREREKVIZITY

Mysli globálne, konaj lokálne !

- Mechanika I, II
- Elektromagnetizmus a optika
- Teoretická mechanika
- Molekulová fyzika - Maxwell–Boltzmannovo rozdelenie



$$f(v) = \sqrt{\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^3}\, 4\pi v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}},$$

$$f_\epsilon(\epsilon)\, d\epsilon = \sqrt{\frac{1}{\pi\epsilon kT}}\ \exp\left[\frac{-\epsilon}{kT}\right] d\epsilon$$

$$p_i = \frac{e^{-\varepsilon_i/kT}}{\sum_{j=1}^{M} e^{-\varepsilon_j/kT}}$$

PODMIENKY NA UDELENIE KREDITOV

- Cvičenia – účasť 70%, písomky - 70% príkladov nie Fx
- Skúška – písomná a ústna časť

Vyhodnotenie: **písomky + písomná časť skúšky – aritmetický priemer**
ústna časť – geometrický priemer
Celková známka: **geometrický priemer percentuálnej úspešnosti podľa priloženej tabuľky**

0%-50%	50%-60%	60%-70%	70%-80%	80%-90%	90%-100%
Fx	E	D	C	B	A

ÚVOD DO KVANTOVEJ MECHANIKY

ÚVOD DO POHYBU KVÁNT ENERGIE (ČASTÍC)

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \qquad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

"Moderný" prístup

$$E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2 \qquad E = \gamma m c^2$$

Budeme sa držať moderného prístupu a vyhneme sa

$$\boxed{\cancel{m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}}$$

Energia môže byť nenulová aj keď m=0, prípad fotónu

V najbližších prednáškach budeme analyzovať pohyb dvoch elementárnych bodových častíc, fotónu (m=0) a elektrónu (m~10^{-30} kg)

KLASICKÁ (NEWTONOVA) FYZIKA

Klasická fyzika umožňovala v 19. storočí taký dobrý opis pozorovaných javov, že Max Planck bol odrádzaný profesorom fyziky venovať sa tomuto vednému smeru, kde „všetko“ už bolo objavené.

Bola klasická fyzika naozaj takou „nepriestrelnou“ teóriou, ktorá nevyvolávala žiadne pochybnosti?

Alebo sme sa len nechali učičíkať jej dobrými výsledkami a uspokojivou zhodou s experimentom ?

ZENÓN Z ELEA GRÉCKY FILOZOF 5 STOROČIE BC
PARADOX DELENIA

Achilles nikdy nedobehne korytnačku, lebo najskôr musí prebehnuť polovicu, potom polovicu zo zostávajúcej polovice,....

Moderná verzia paradoxu Achilla a korytnačky.
U. Bolt ma nemôže predbehnúť, lebo pri dobiehaní musí spočítať všteky reálne čísla, merajúce vzdialenosť medzi mnou a ním. Tých je však nespočítateľne veľa.

ŠTUDENTSKÁ VERZIA: “Pán kolega, prečo ste sa neučili?”, pýta sa profesor študenta. “Dostal som sa ku knižke ľubovoľne blízko, ale nikdy nie až k nej”, ospravedlňuje sa študent.

Turing ukázal, že niektoré úlohy sa nedajú vyriešiť mechanickom stroji (Turingov stroj – matematický model klasických počítačov) v reálnom čase. Napríklad vypočítať „presne“ číslo π

ZENÓN OF ELEA GRÉCKY FILOZOF 5 STOROČIE BC
PARADOX LETIACEHO ŠÍPU

Ak objekt ktorý obsadzuje určitú časť priestoru môže byť v pokoji a objekt čo sa pohybuje obsadzuje rovnaký priestor v danom okamžiku, potom letiaci šíp sa nepohybuje.

Ak v určitom okamžiku zaberá objekt určitú časť priestoru, potom sa v danom okamžiku nemôže pohybovať tam kde je, lebo už tam je, ani tam kde nie je, lebo neuplynul žiadny čas.

Zenón tvrdí,že ak je čas tvorený z okamžikov (spojito alebo diskrétne) a pohyb nemôže existovať v danom okamžiku, potom pohyb nemôže existovať vôbec.

ZENÓNOVE PARADOXY A KLASICKÁ MECHANIKA

Matematika, na ktorej je Newtonova fyzika postavená, vlastne tvrdí, že matematický model klasickej fyziky nemôže byť presným opisom fyzikálnej reality. Musí existovať škála, keď už nie je možné súčasne čas a priestor donekonečna deliť.

Zenónové paradoxy naznačujú, že čas a priestor nie je možné oddeliť a klasická teória nie je logicky konzistentná.

Minkowski, ktorý zaviedol časopriestor, vo svojej známej prednáške dokonca tvrdí že keby fyzici brali Zenóna vážne, možno by prišli na teóriu relativity o niekoľko storočí skôr, čisto logickou úvahou.

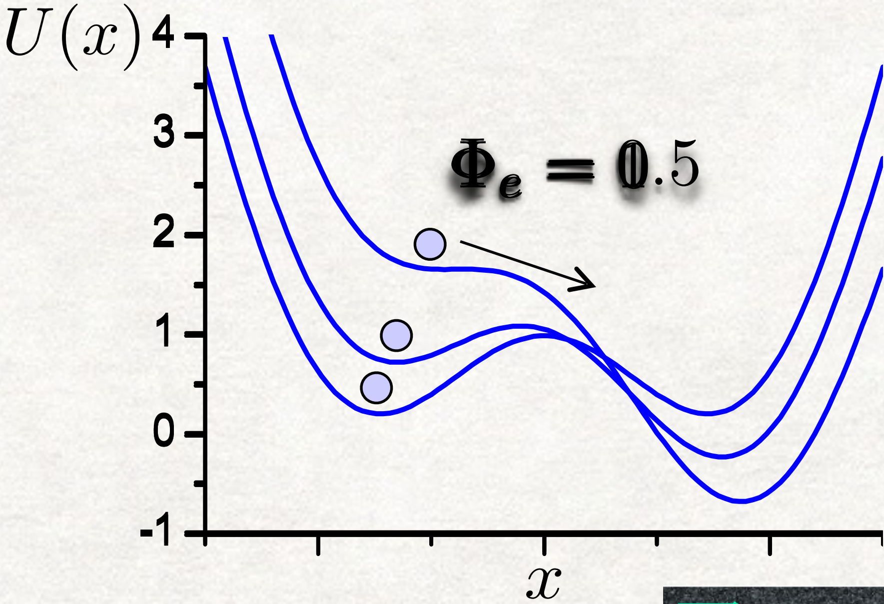
$$R_\mu \equiv \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad P_\mu \equiv \begin{pmatrix} E/c \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} \qquad E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$$

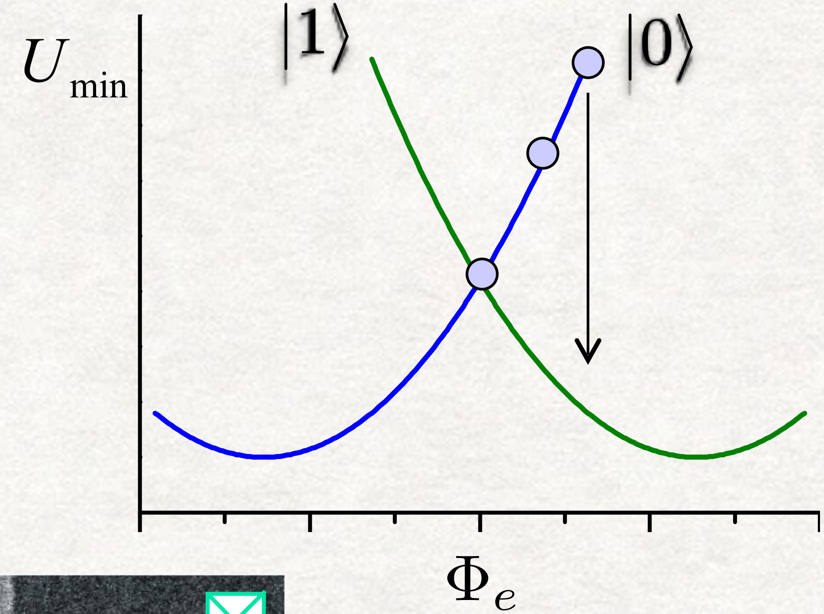
$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

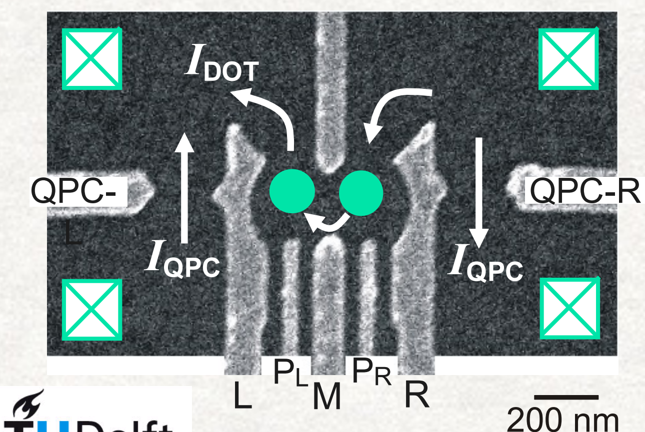
$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Podľa Zenona nie je tiež možné, aby teleso zotrvávalo v pokoji, pokiaľ na neho nepôsobí žiadna sila.

DELENIE ČASOPRIESTORU - KLASICKÝ BIT

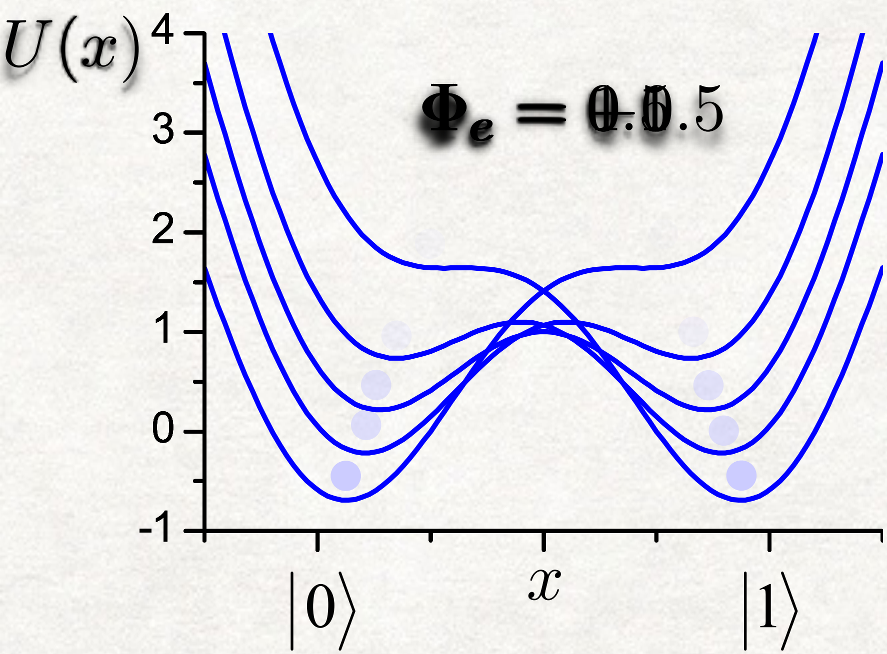


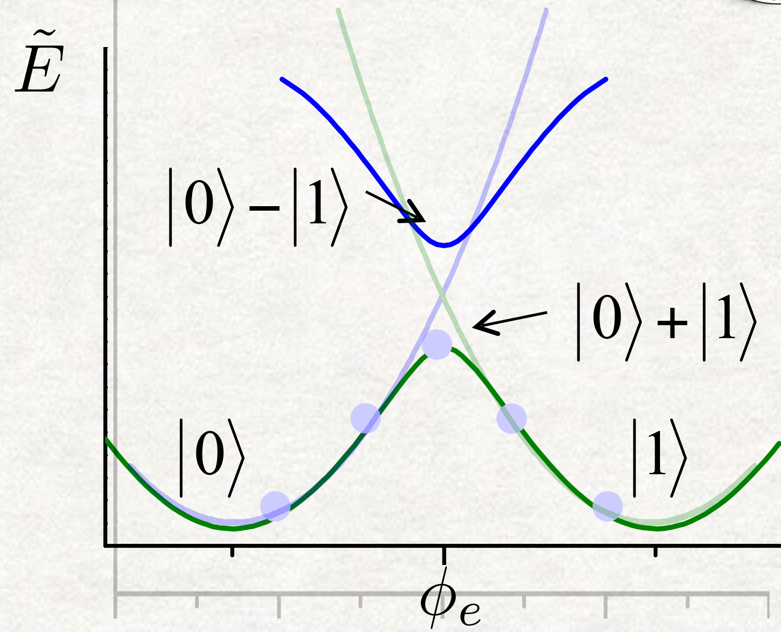




GaAs/AlGaAs heterostructure
2DEG 90 nm deep
$n_s = 2.9 \times 10^{11}\ \mathrm{cm}^{-2}$

MALÉ ŠKÁLY - KVANTOVÝ BIT (QUBIT)





Stav $\vec{r} = 0 \wedge \vec{p} = 0$ sa v prírode nerealizuje

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \qquad \hbar \approx 1.0 \times 10^{-34} \mathrm{J{\cdot}s}$$

Pohyb častice bude opisovať vlnová pohybová rovnica!

PRESUN ČASTICE V PRIESTORE

$|0\rangle$ $|1\rangle$

x

Čo znamená jas častice $|\Psi(x,t)|^2$ v pozíciach $|x=0\rangle$ a $|x=1\rangle$?

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2})$$

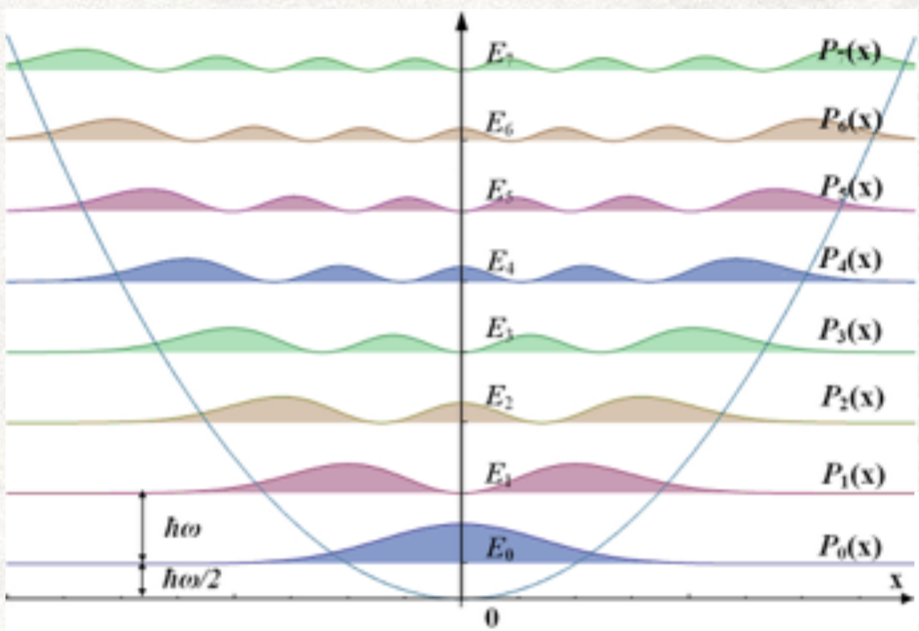
$$\mathscr{P}(x,t) = \Psi(x,t)\Psi^*(x,t)$$ hustota pravdepodobnosti

$$P_\Delta(x,t) = \int_{x-\Delta/2}^{x+\Delta/2} \Psi(x,t)\Psi^*(x,t)dx$$ pravdepodobnosť nájdenia častice v intervale $(x-\Delta/2, x+\Delta/2)$

ZENÓNOVE PARADOXY A KLASICKÁ MECHANIKA

Zenónové paradoxy naznačujú, že čas a priestor nie je možné oddeliť a klasická teória nie je, podľa Zenóna, logicky konzistentná.

Minkowski, ktorý zaviedol časopriestor, vo svojej známej prednáške dokonca tvrdí, že keby fyzici brali Zenóna vážne (čo mnohí nie sú ochotní dodnes), možno by prišli na teóriu relativity o niekoľko storočí skôr, čisto logickou úvahou.
Podľa Zenona nie je tiež možné, aby teleso zotrvávalo v
pokoji, pokiaľ na neho nepôsobí žiadna sila, t.j. častica nemôže skončiť na dne jamy.



$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Prečo Newtonova lokálna fyzika „funguje“ aj keď podľa Zenóna nemôže fungovať ak sa budeme pozerať moc lokálne?

Newtonova (lokálna) rovnica:

$$m_\alpha \frac{d^2\vec{r}_\alpha}{dt^2} = \vec{F}_\alpha(\vec{r}_\alpha) \qquad (1)$$

Pierre Louis Moreau de Maupertuis (1698 –1759)
Francúzsky matematik a astronóm. Sformuloval princíp najmenšieho účinku v roku 1747: „Príroda je úsporná vo všetkých svojich účinkoch.“
Podobnú myšlienku vyslovili aj Euler a Leibnitz.
Matematicky bola sformulovaná Hamiltonom v roku 1831

$$\delta S = \delta \int_{t_1}^{t_2} L(q_i, \dot{q}_i, t)dt = 0 \qquad (2)$$

TROCHA MATEMATIKY - VARIÁCIE

Feynmanove prednášky 3, str. 414 (slov. preklad)
L.D: Landaua J.M. Lifšic, Mechanics. Str.1-10

$$\delta S = \delta \int_{t_1}^{t_2} L(q_i, \dot{q}_i, t)\,dt = 0$$

Variovaním integrálu v rovnici (2) dostávame Lagrangeove pohybové rovnice

$$\frac{d}{dt}\frac{\delta L}{\delta \dot{q}_i} - \frac{\delta L}{q_i} = 0, \quad (i = 1, 2, 3, \ldots, s) \qquad (3)$$

kde q_i sú zovšeobecnené súradnice, $v_i = q_i$ zovšeobecnené rýchlosti

HĽADANIE SKALÁRNEJ FUNKCIE *L PRE VOĽNÚ ČASTICU*

- Funkcia *L* nemôže explicitne závisieť od času
- Dôvod – ak by závisela, pohyb častice v utorok by bol iný ako v nedeľu, čo je v rozpore s experimentom
- Funkcia *L* nemôže explicitne závisieť od súradnice
- Dôvod – ak by závisela, pohyb častice v Malackách by bol iný ako v Bratislave, čo je v rozpore s experimentom
- Z experimentu vieme, že priestor a čas homogénne a izotropné a preto musíme požadovať, aby funkcia L závisela iba od štvorca rýchlosti,
- $L=L(v^2)$, $v^2=v \cdot v$

NOETHEROVEJ TEORÉMA

- Každej symetrií zodpovedá jeden zákon zachovania.

- invariantnosť fyzikálneho systému vzhľadom na translačný posun dáva zákon zachovania hybnosti;
- invariantnosť fyzikálneho systému vzhľadom na rotáciu (pootočenie) dáva zákon zachovania momentu hybnosti;
- invariantnosť fyzikálneho systému vzhľadom na posun v čase dáva zákon zachovania energie

LAGRANGEOVE ROVNICE

Lagrangeove pohybové rovnice

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \quad (i = 1, 2, 3, \ldots, s) \qquad (3)$$

kde q_i sú zovšeobecnené súradnice, $v_i = q_i$ zovšeobecnené rýchlosti

Pre uzavretú sústavu s konzervatívnymi silami

$$L = \sum_{\alpha} \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} - U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_\alpha) \qquad (4)$$

Kde $\vec{F}_\alpha = -\dfrac{\partial U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_N)}{\partial \vec{r}_\alpha}$ sú zovšeobecnené sily

ZOVŠEOBECNENÁ HYBNOSŤ A SILA

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) = \frac{\partial L}{\partial q_i}$$

Napíšme formálne

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$$

$$F_i = \frac{\partial L}{\partial q_i}$$

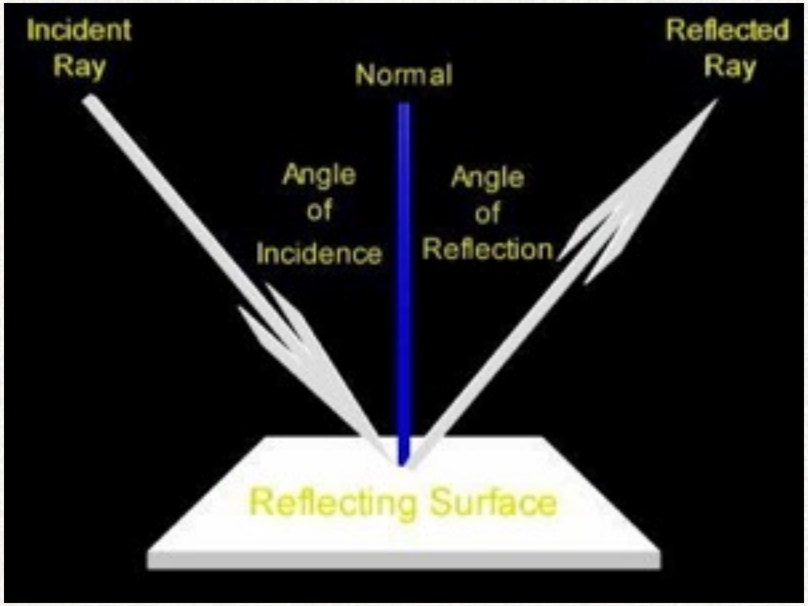
Zovšeobecnená hybnosť

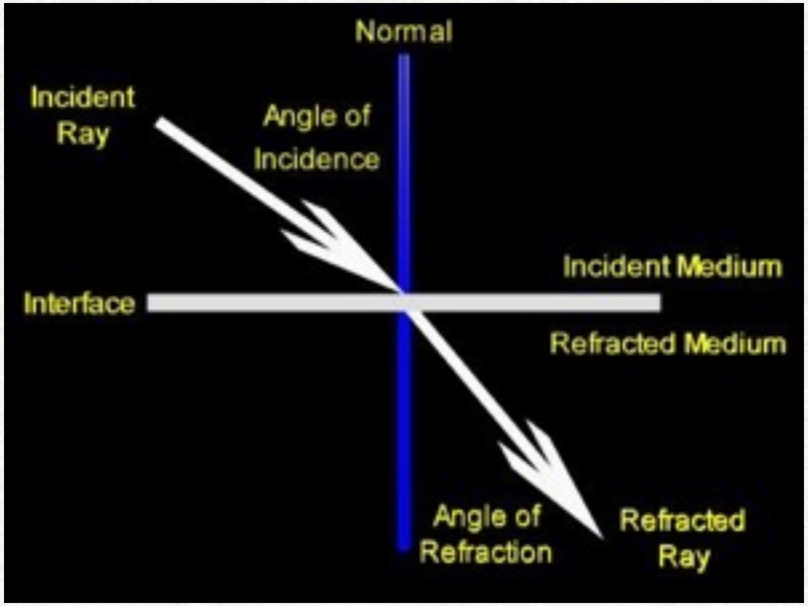
Zovšeobecnená sila

$$\frac{dp_i}{dt} = F_i$$

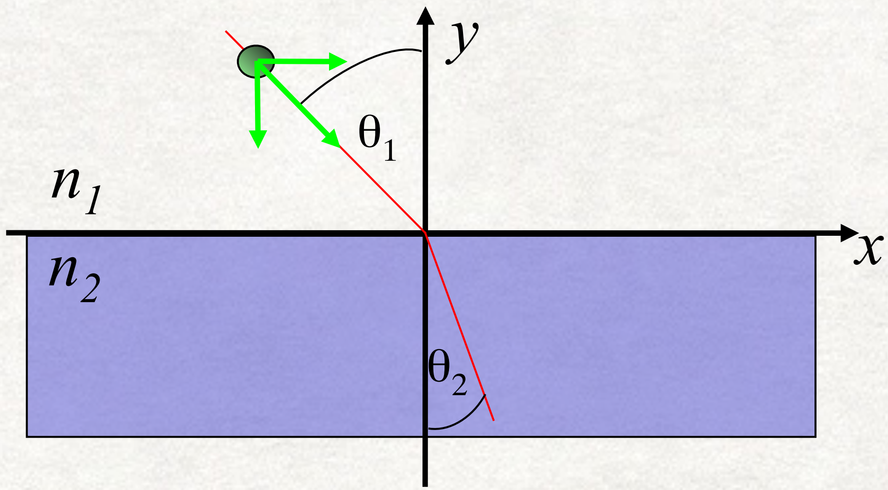
EXPERIMENTY SO SVETLOM

1.) Odraz
2.) Ohyb (Refrakcia)
3.) Svetlo sa šíri v „lúčoch“
4.) Interferencia a difrakcia svetla





NEWTONOVA KORPUSKULÁRNA TEÓRIA
PRINCÍP NAJMENŠIEHO ÚČINKU



Translačná invariantnosť v smere osi x

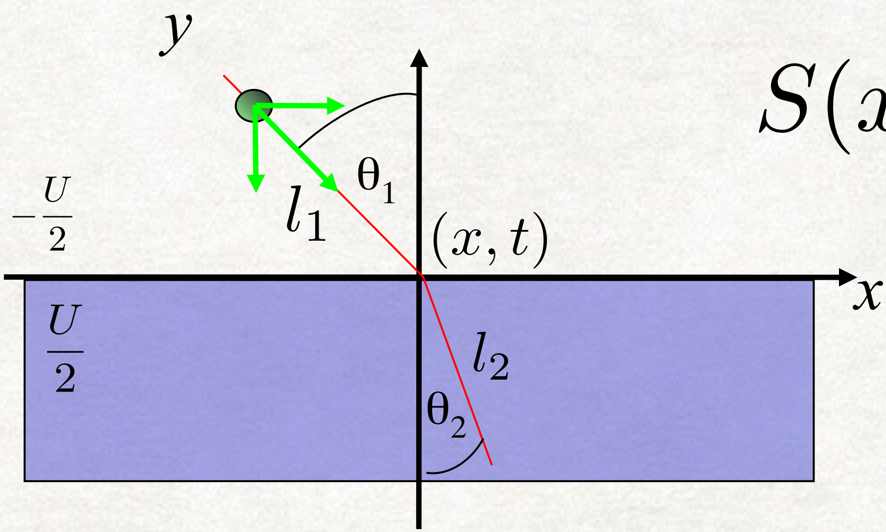
$$\mathrm{p}_{1x} = p_{2x}$$

$$\mathrm{p}_1 \sin\theta_1 = p_2 \sin\theta_2$$

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{p_2}{p_1}$$

http://burndy.mit.edu/Collections/Babson/Online/pdfs/Books/Opticks/Opticks1721.pdf

PRINCÍP NAJMENŠIEHO ÚČINKU



$$S(x,t) = \int_{t_1}^{t_2} \mathscr{L}(x', t')dt'$$

$$\delta S = 0$$

$$\frac{\partial S(x,t)}{\partial t} = 0$$

$$\mathscr{L}(x' < x, t' < t) = \frac{1}{2} m \frac{l_1^2}{t^2} + \frac{U}{2}$$

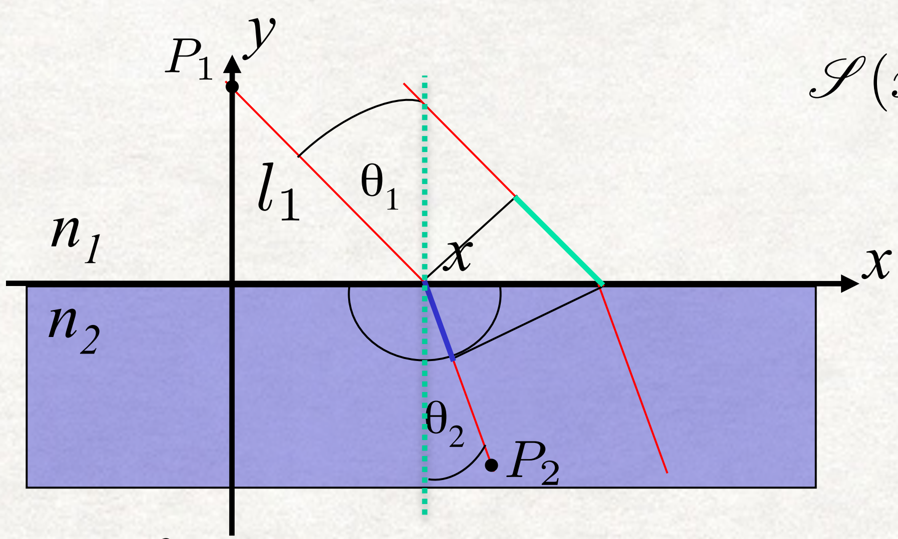
$$\frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{U}{2} = \frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{U}{2}$$

$$\mathscr{L}(x' > x, t' > t) = \frac{1}{2} m \frac{l_2^2}{(t_2 - t)^2} - \frac{U}{2}$$

$$\frac{\partial S(x,t)}{\partial x} = 0$$

$$\boxed{\frac{\sin \Theta_1}{\sin \Theta_2} = \frac{p_2}{p_1}}$$

Lom svetla - Snellov zákon



$$\mathscr{S}(x) = \int_{P_1}^{P_2} k dl = k_1 l_1(x) + k_2 l_2(x)$$

$$\delta \mathscr{S} = 0$$

$$\frac{\partial \mathscr{S}(x)}{\partial x} = 0$$

$$n_i = \frac{c}{v_i}$$

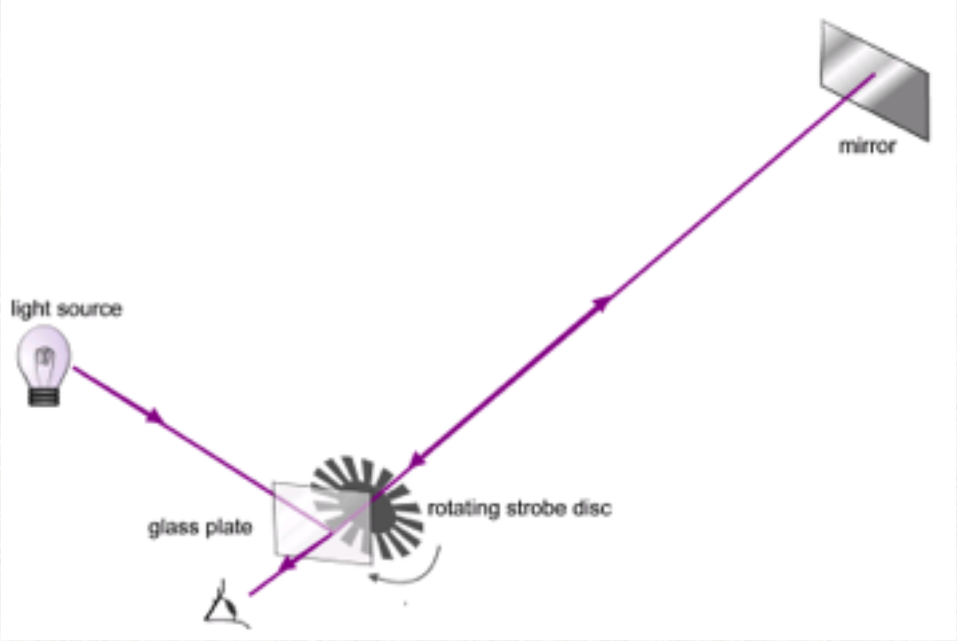
$$k_i = \frac{\omega}{v_i}$$

$$\frac{\sin \Theta_1}{\sin \Theta_2} = \frac{k_2}{k_1}$$

RÝCHLOSŤ SVETLA

The **Fizeau-Foucault apparatus** (1850)
Francúzsky fyzici Hippolyte Fizeau a Léon Foucault.

C=299 792 458 m/s



Experiment: Rýchlosť svetla vo vode je nižšia ako vo vzduchu

Vlnová teória dáva správny výsledok.

TROCHA HISTÓRIE

Ch. Huygens (1629-1695) V roku 1678 vypracoval vlnovú teóriu svetla
I. Newton (1643-1727) Navrhol alternatívnu, korpuskulárna teóriu svetla

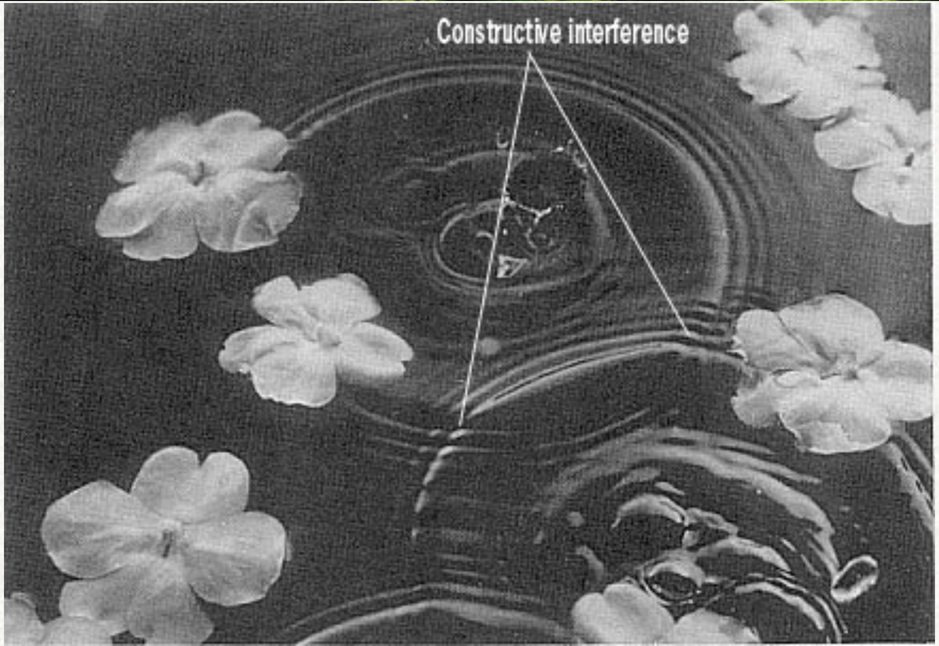
Do 18. storočia prevažovala korpuskulárna teória.. Najväčším Newtonovým argumentom proti vlnovej teórii – svetelné lúče

V roku 1814 Augustin Fresnel vysvetľuje priamočiare sa šírenie svetla v rámci vlnovej teórie

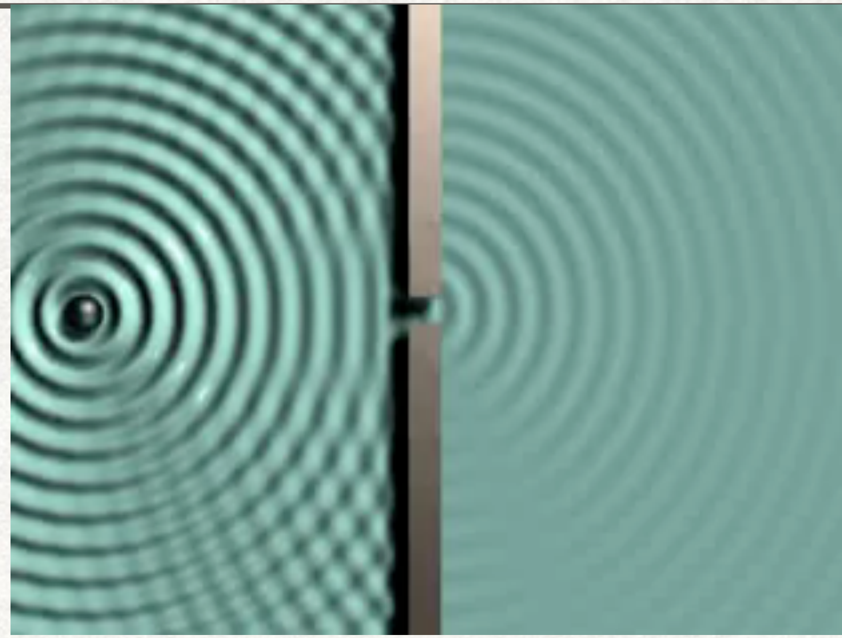
Jean Foucault uskutočňuje rozhodujúci experiment:
meranie rýchlosti svetla vo vode, ktorá je menšia ako vo vzduchu.

Vyhráva vlnová teória!

NEWTONOV PROBLÉM: SVETLO SA ŠÍRI V LÚČOCH

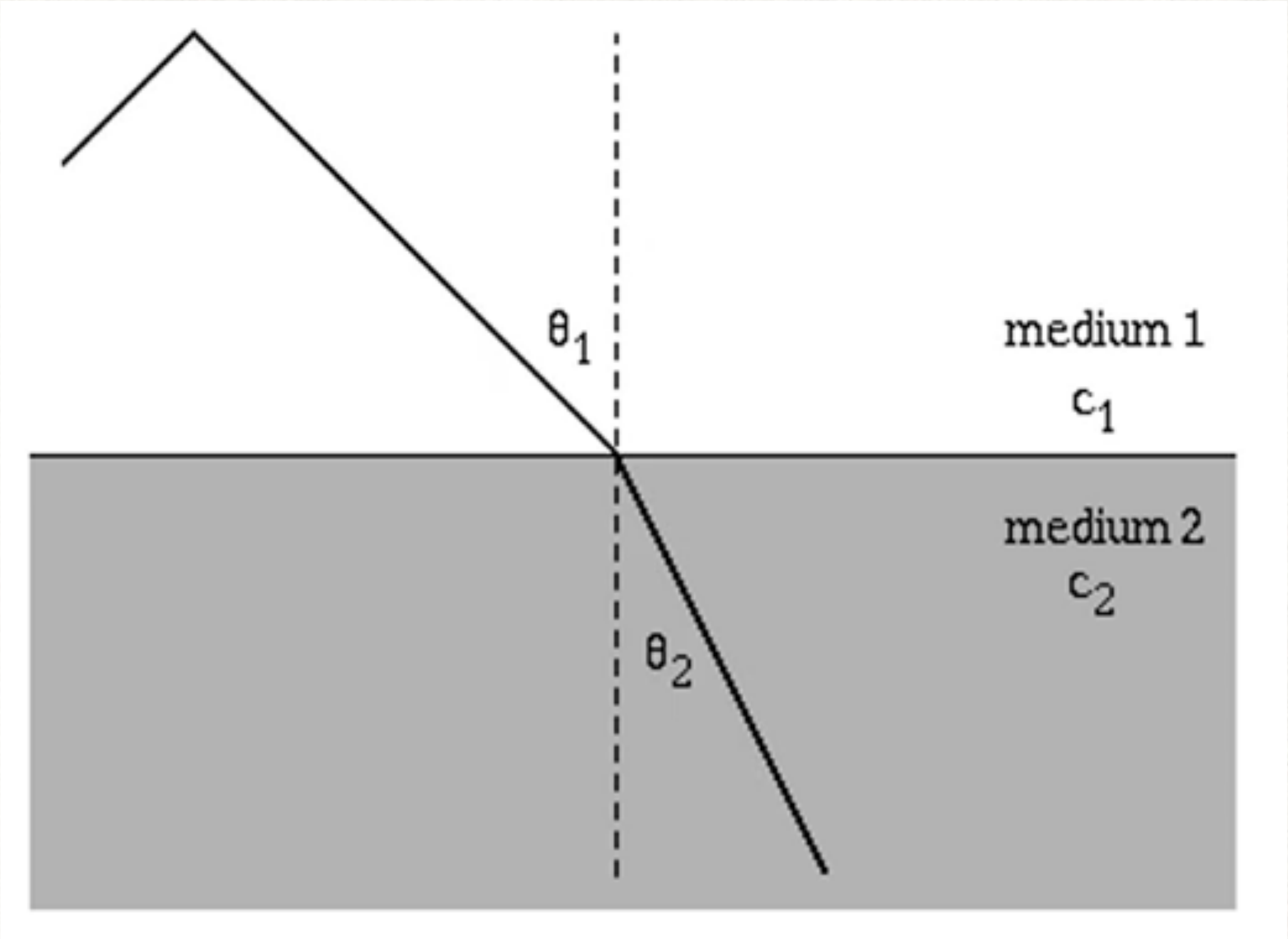


INTERFERENCIA A DIFRAKCIA

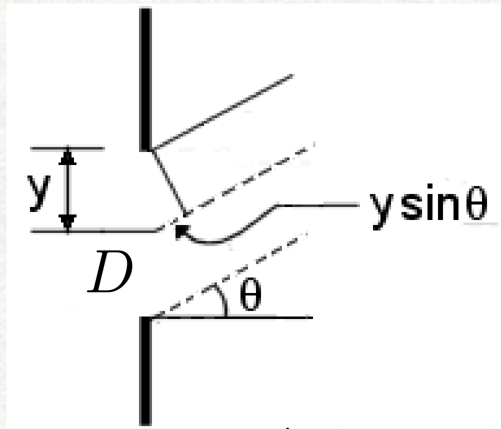


HUYGENSOV PRINCÍP

Pozri java applet!



EM VLNA A SVETELNÉ LÚČE



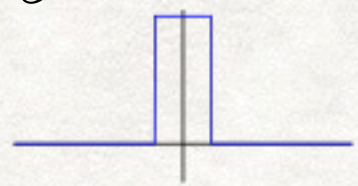
$$k_y = k \sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta$$

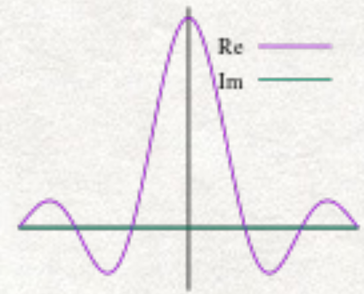
$$dE(\vec{r},t) = \tilde{E}_0(\vec{r})e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}dy$$

$$\frac{\sin k_y D/2}{k_y D/2}$$

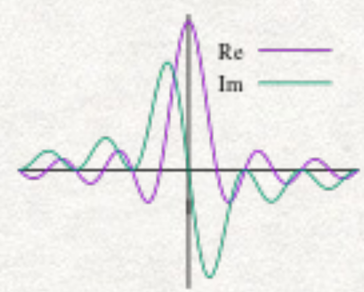
$$dE(k_y) = \tilde{E}_0(y)e^{ik_y y}dy$$

D



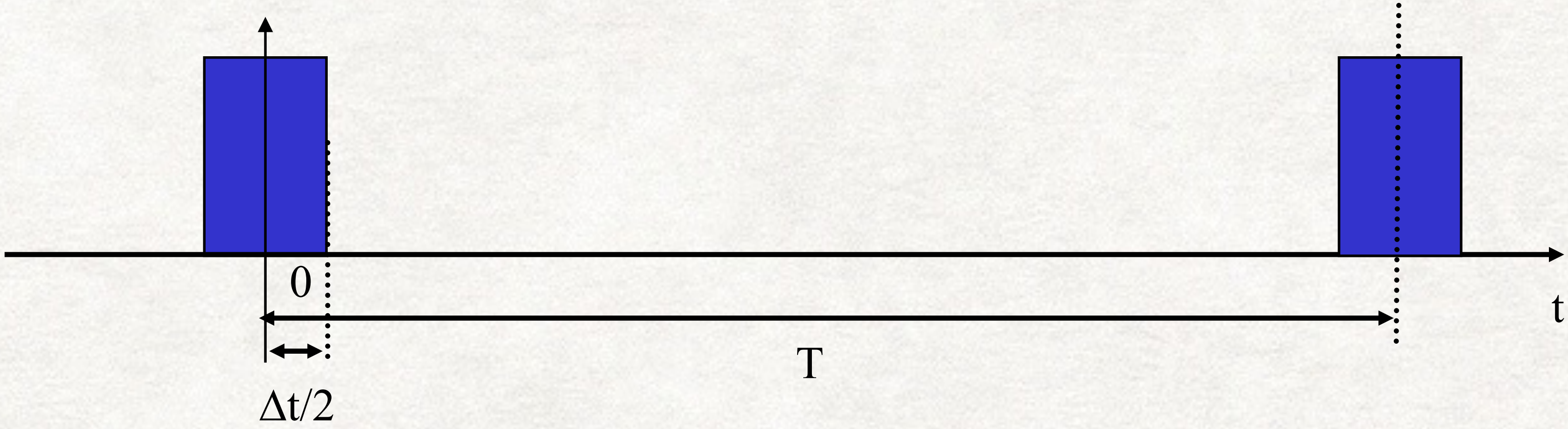


$$E(k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_0(y)e^{ik_y y}dy$$



$$\Delta\theta \approx \frac{\lambda}{D} \sim 10^{-4}$$ pre makroskopické objekty

FOURIEROV ROZVOJ IMPULZU



$$f(t) = \sum_{j=0}^{\infty} A_j \cos j\omega_1 t$$

$$\Delta\omega = \omega_1 = \frac{2\pi}{T}$$

$$f(t) = \sum_{j=0}^{\infty} \Delta\omega \frac{A_j}{\Delta\omega} \cos j\Delta\omega t$$

$$\xrightarrow{T \to \infty}$$

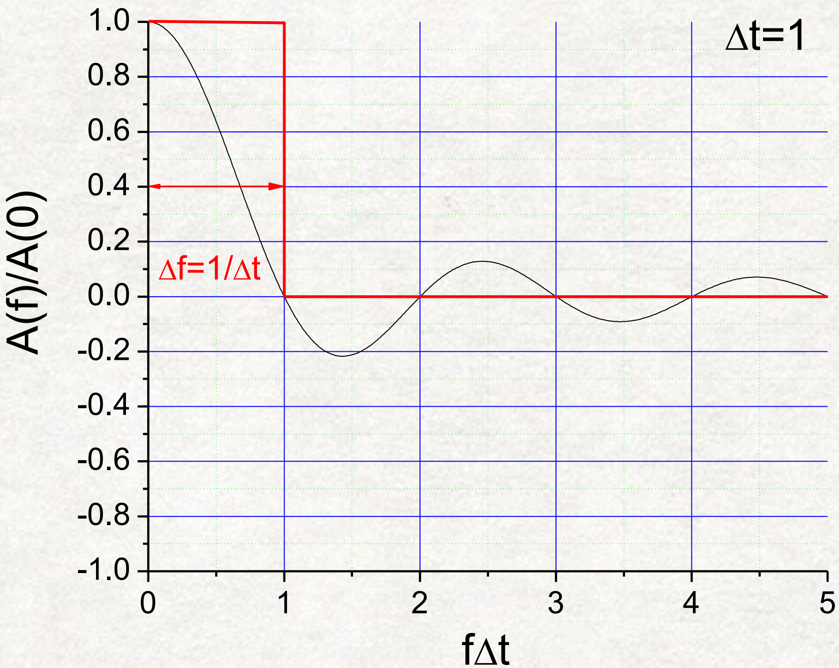
$$f(t) = \int_0^{\infty} A(\omega) \cos \omega t \, d\omega$$

FOURIEROV INTEGRÁL

$$f(t) = \int_0^\infty A(\omega)\cos\omega t \; d\omega$$

$$A(\omega) = \frac{A_j}{\Delta\omega} = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cos\omega t \; dt$$

Pre impulz na obrázku
$$A(\omega) = \frac{2}{\pi\omega}\sin\frac{\omega\Delta t}{2} = \frac{1}{\pi^2 f}\sin(\pi f\Delta t)$$



$$\Delta f\Delta t \geq 1\;,\;\; \Delta\omega\Delta t \geq 2\pi$$

Akú šírku v priestore bude mať rozruch vyvolaný impulzom?

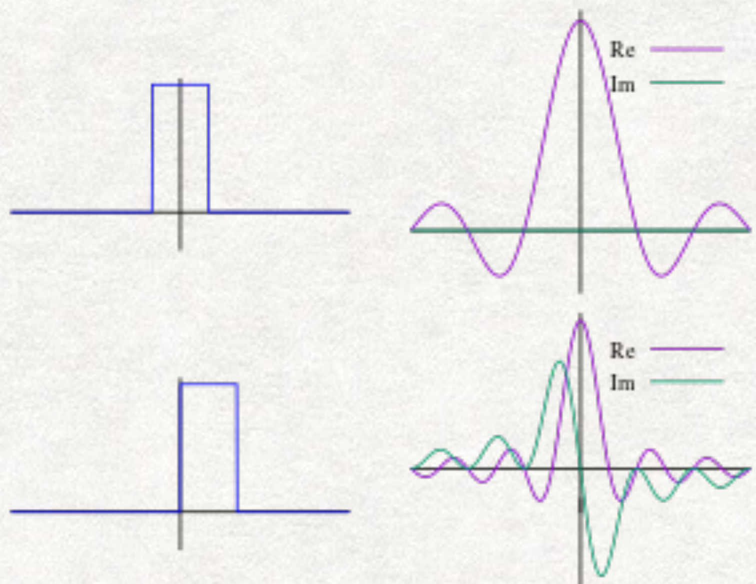
$$\Delta x = v_g\Delta t = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}\Delta t$$

$$\Delta k\Delta x \geq 2\pi$$

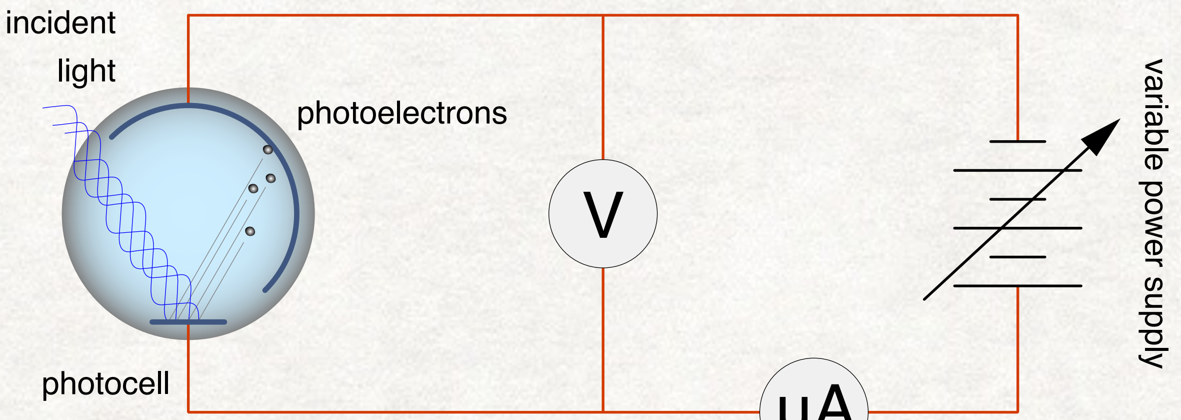
FOURIEROVE INTEGRÁLY

$$\tilde{f}(k_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ik_x x} \, dx;$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(k_x) e^{ik_x x} \, dk_x$$



FOTOELEKTRICKÝ JAV

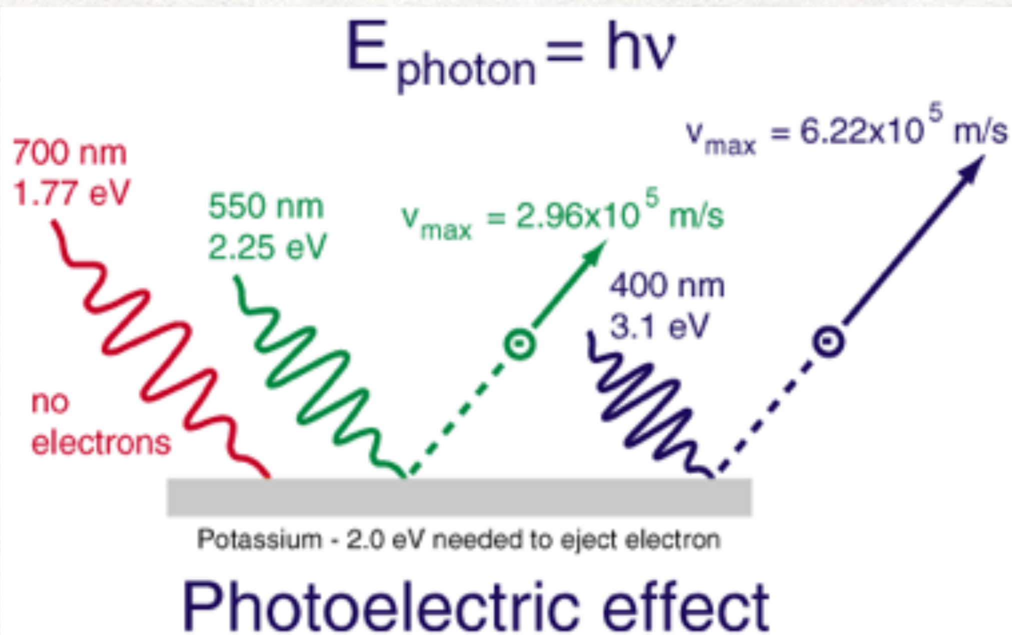


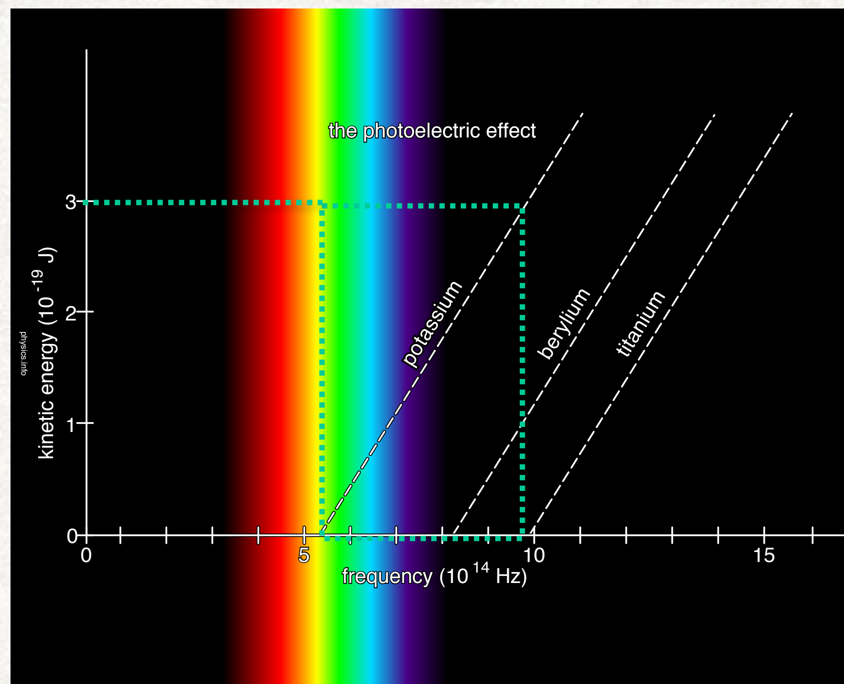
$$\boxed{eU_0 = E_{\text{kin}} = \hbar\omega - W}$$

$$1\text{eV} \approx 1.6 \times 10^{-19}\text{J}$$

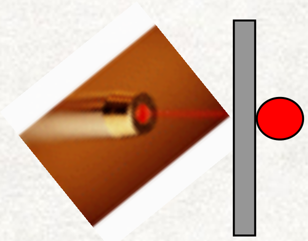
http://physics.info/photoelectric/

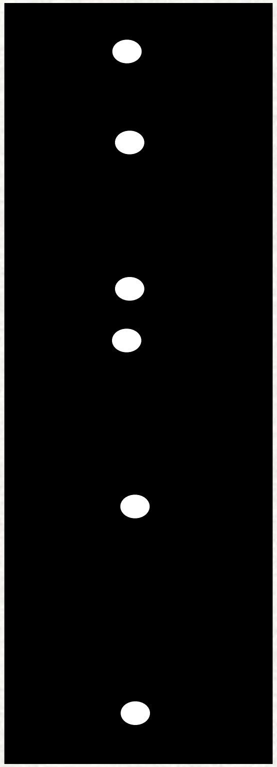
19/01/17 13:24

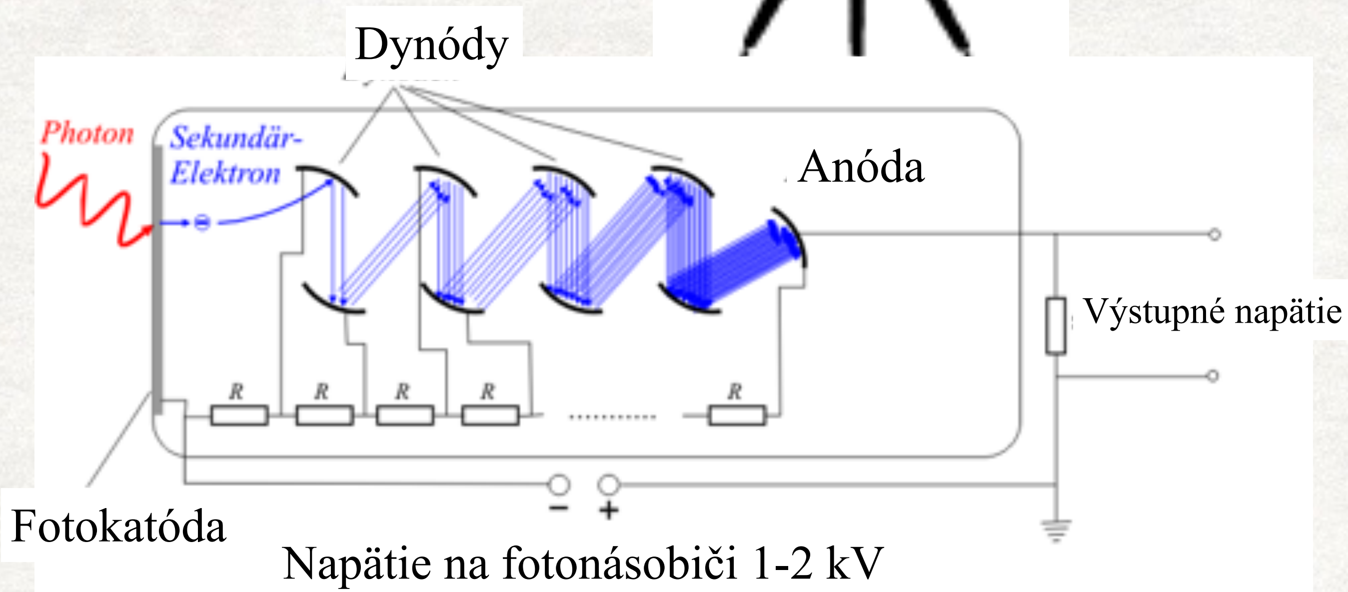




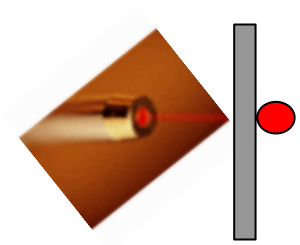
NOVÉ EXPERIMENTY 20. STOROČIA

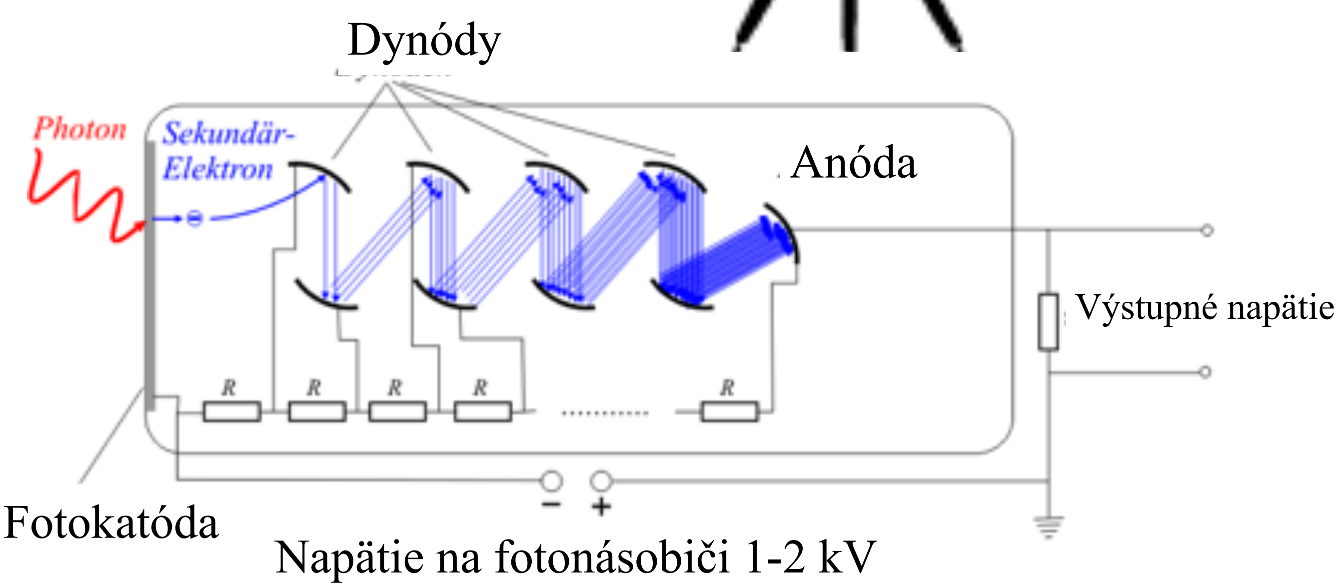


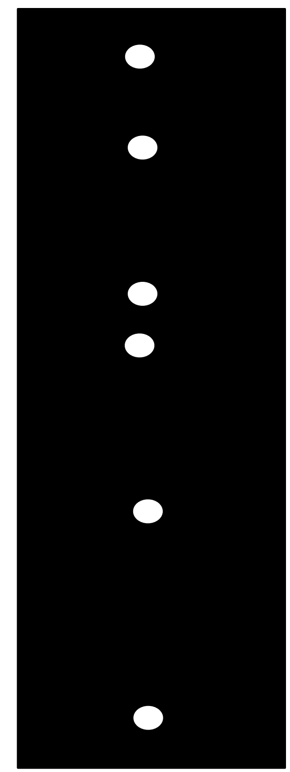




Nové experimenty 20. storočia

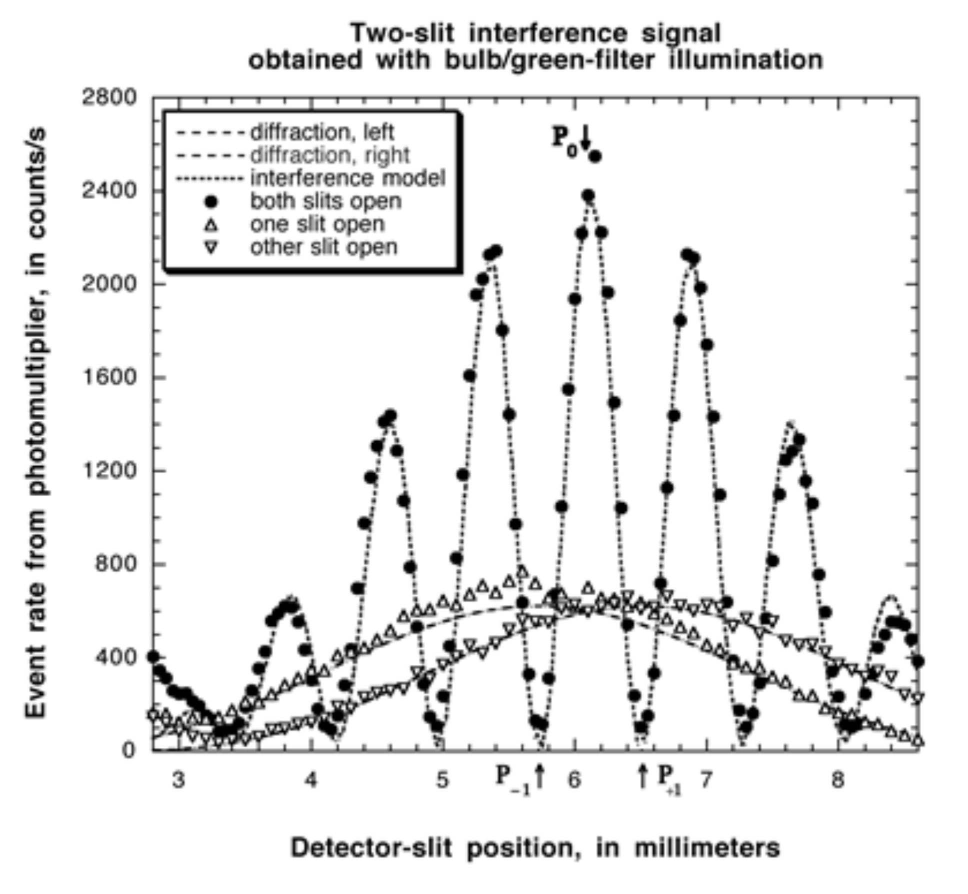


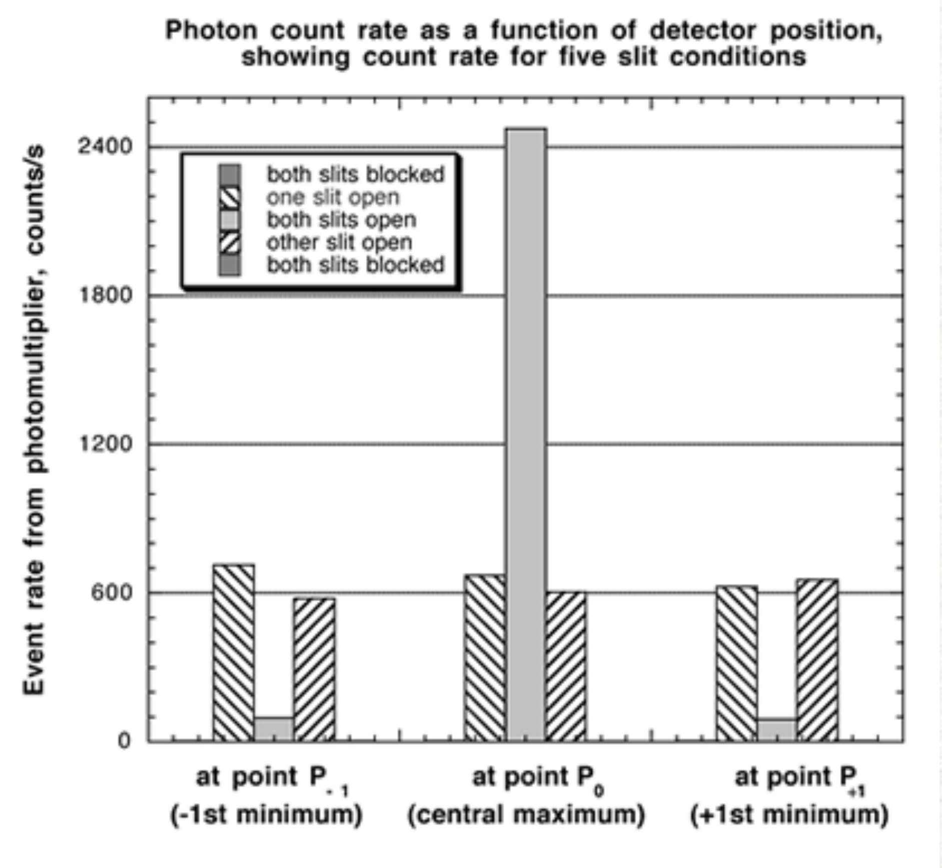




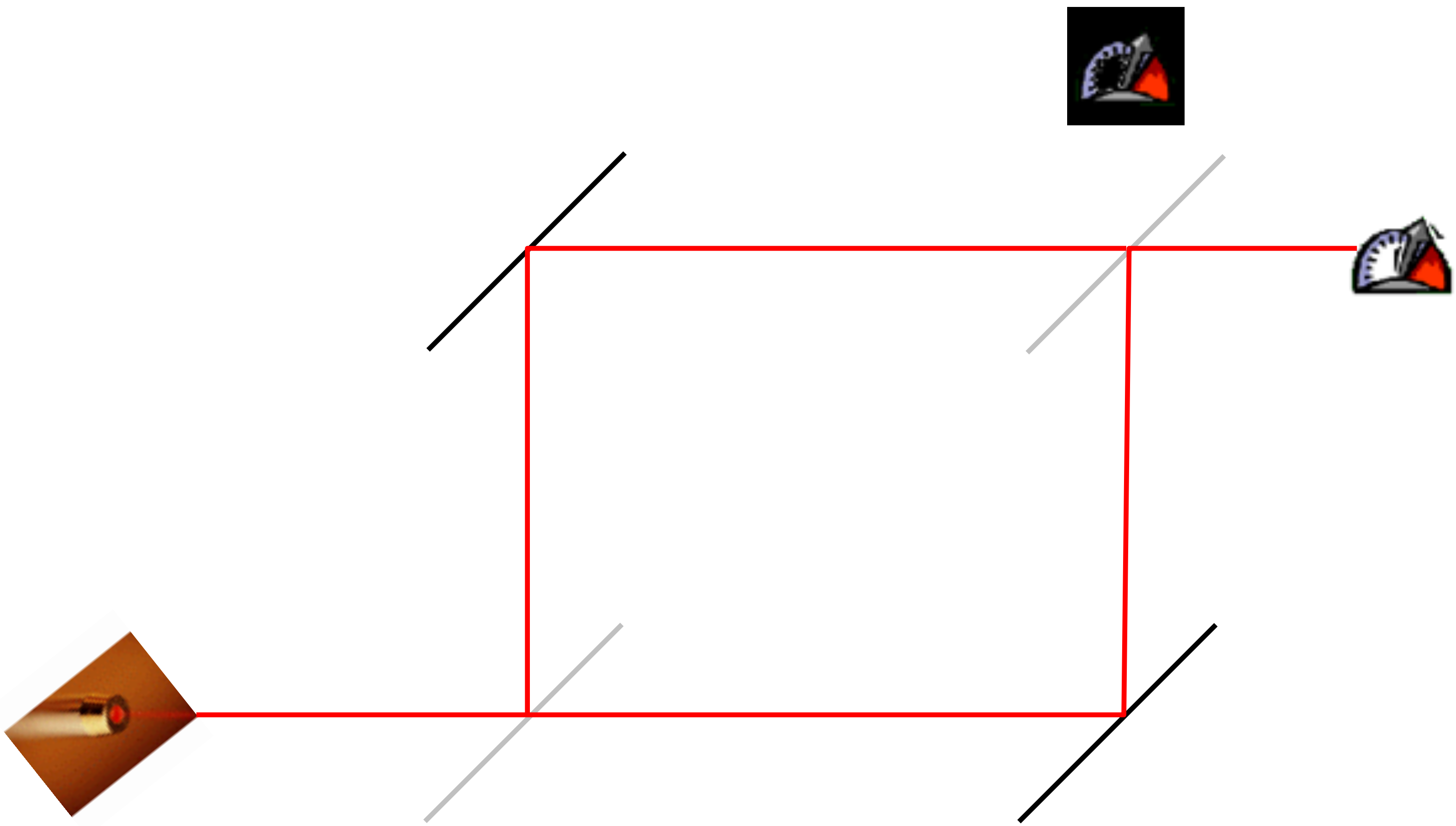
INTERFERENCIA JEDNÉHO FOTÓNU

http://www.teachspin.com/instruments/two_slit/experiments.shtml



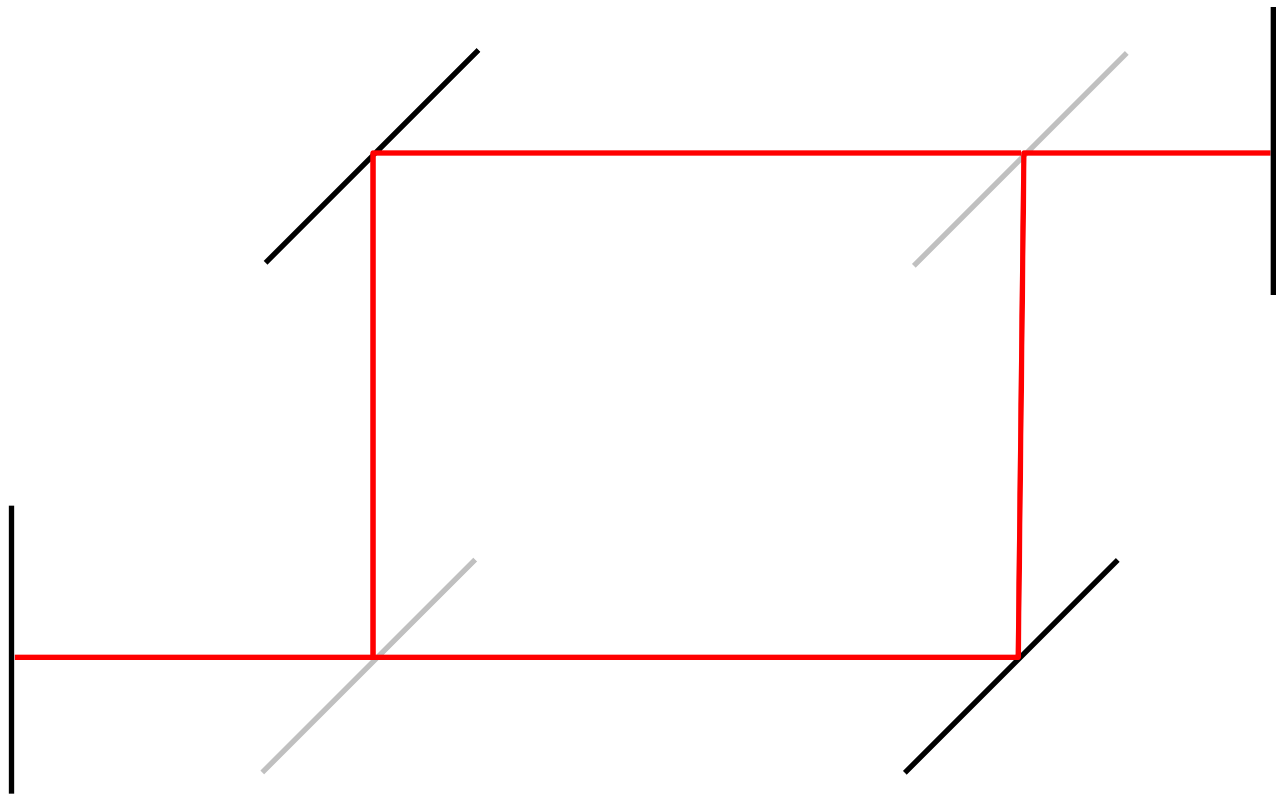


Interferencia



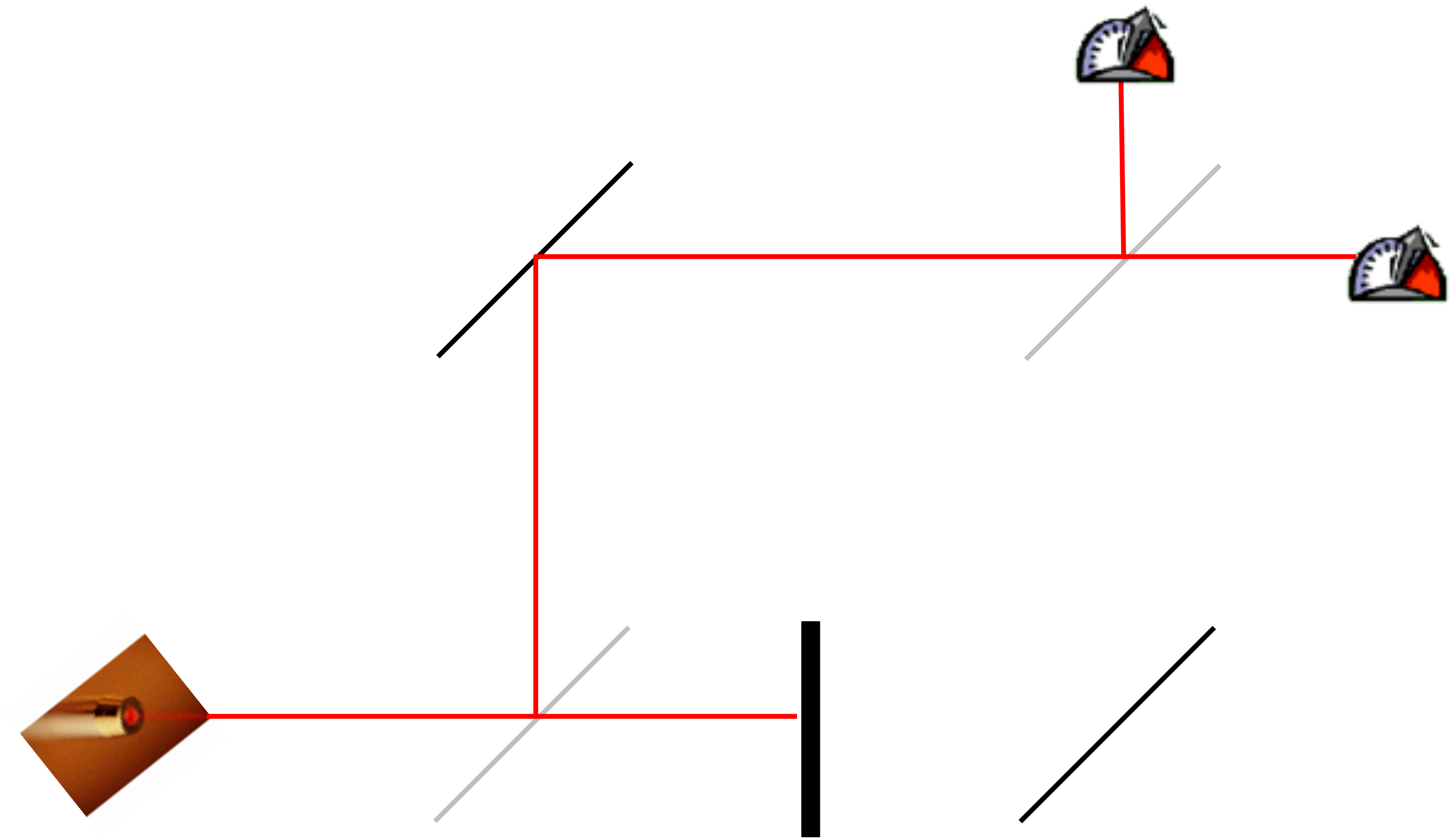
Comenius University

Interferencia

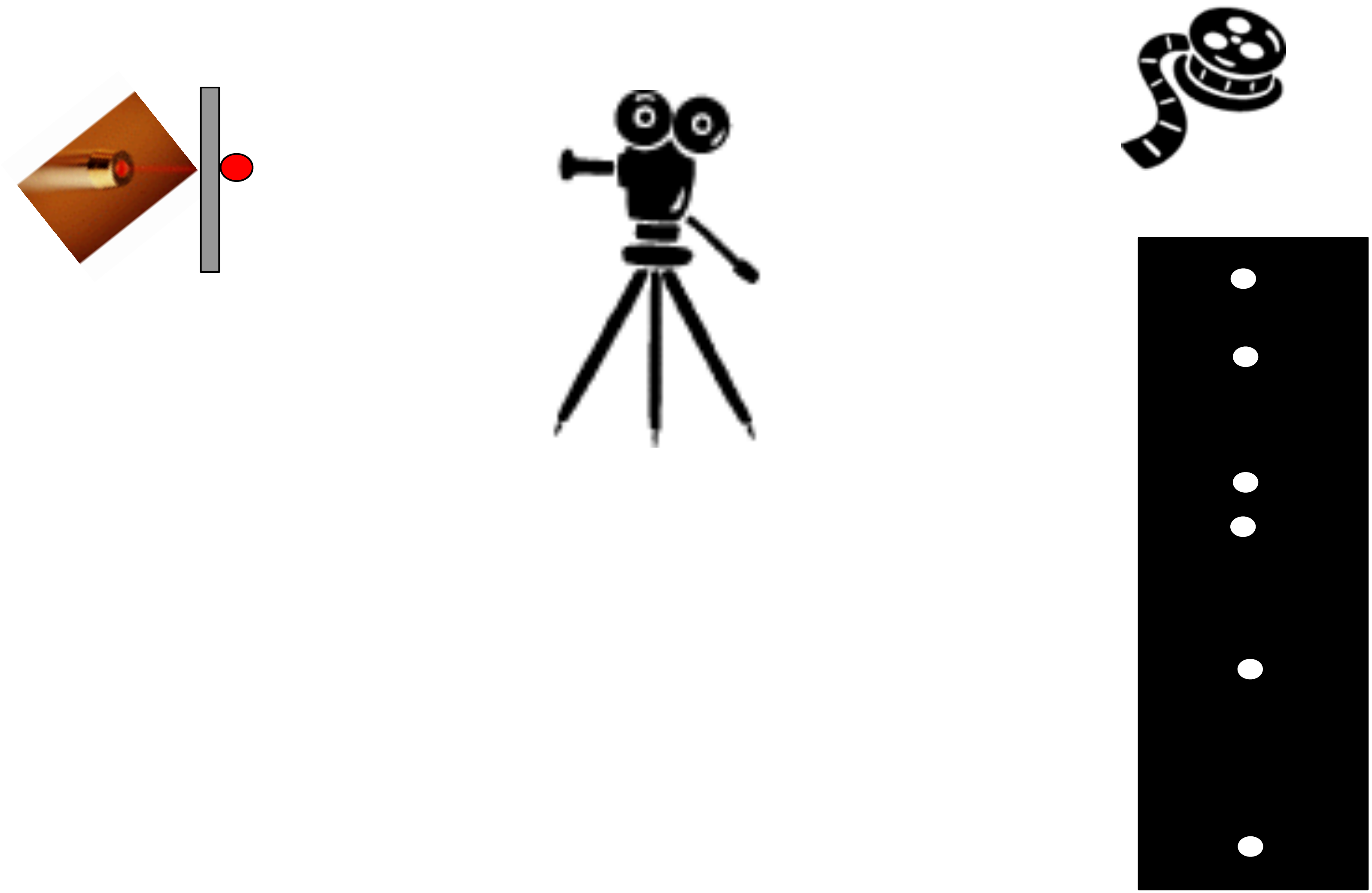


Comenius University

Interferencia



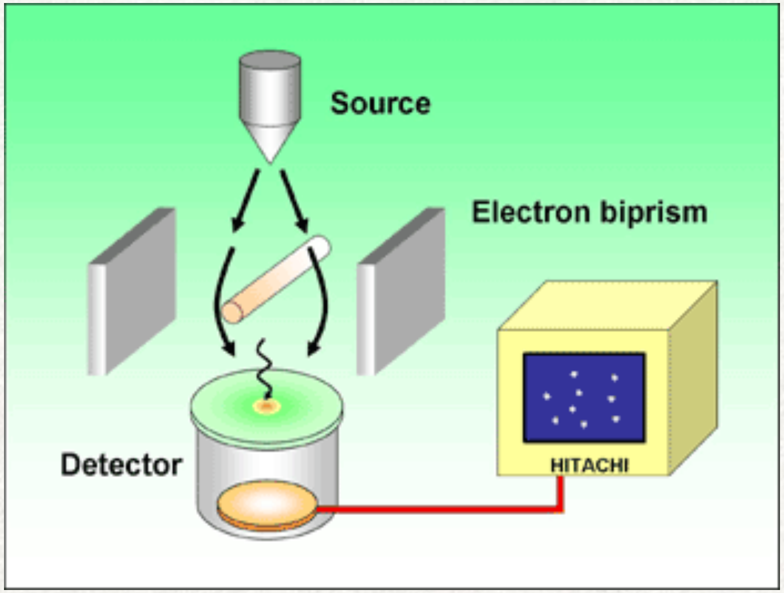
Vlnovo-časticový dualizmus

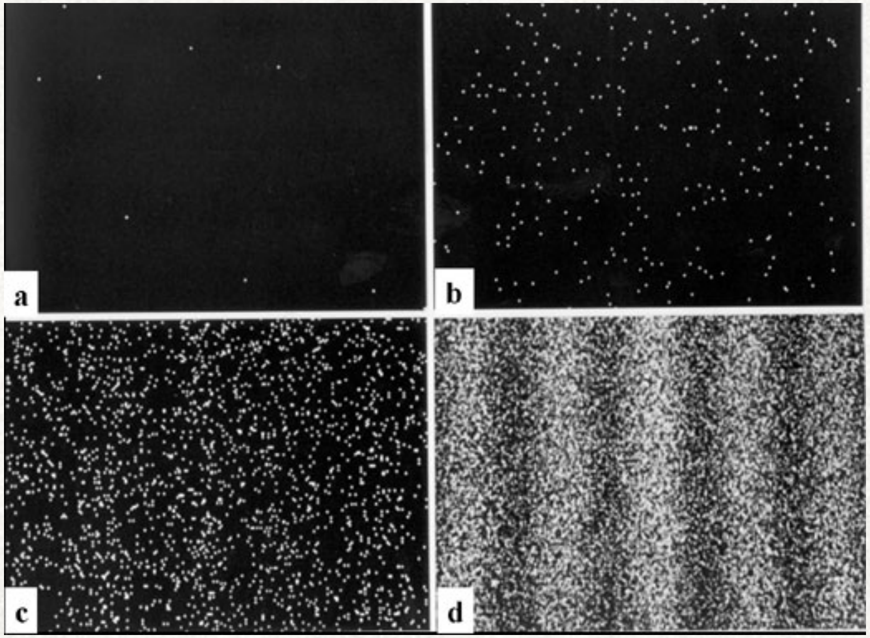


HYPOTÉZA DE BROGLIEHO - ELEKTRÓN AKO VLNA INTERFERENCIA ELEKTRÓNU NA DVOJŠTRBINE

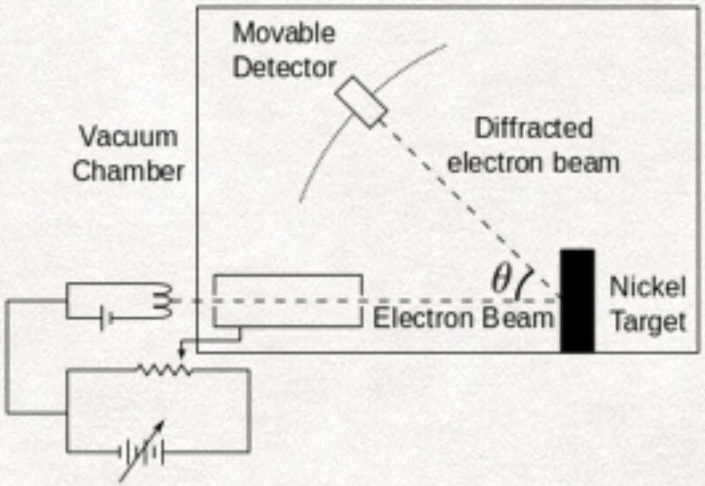
DVOJŠTRBINOVÝ EXPERIMENT

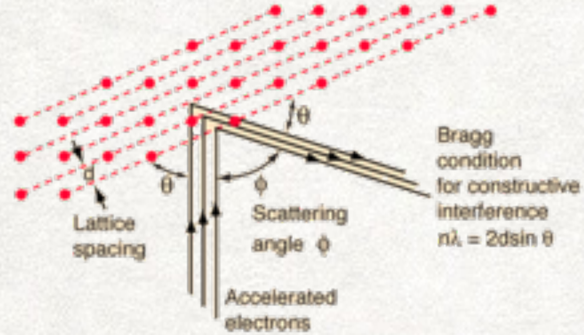
http://www.hqrd.hitachi.co.jp/em/doubleslit.cfm



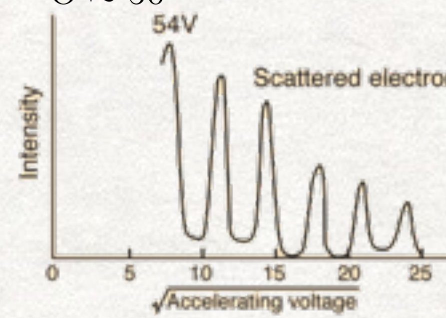


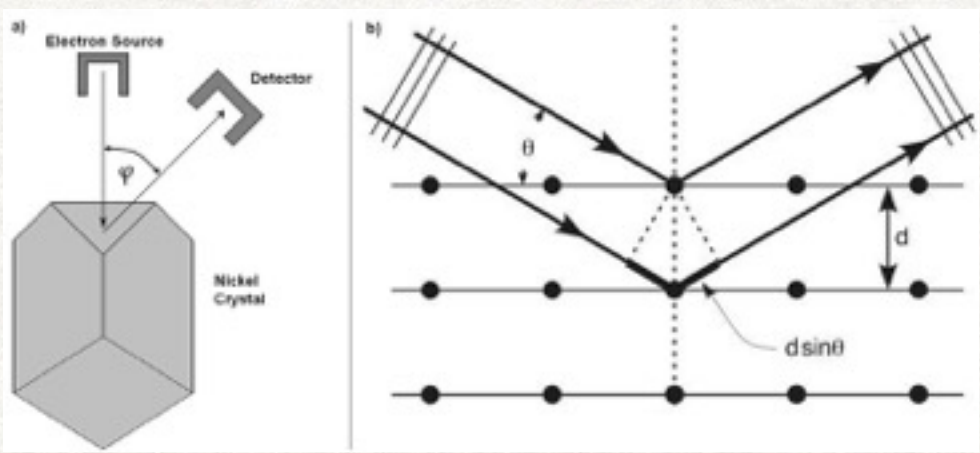
DAVISSON-GERMEROV A THOMSONOV EXPERIMENT



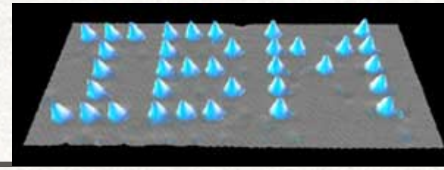


$\Theta \approx 50^\circ$

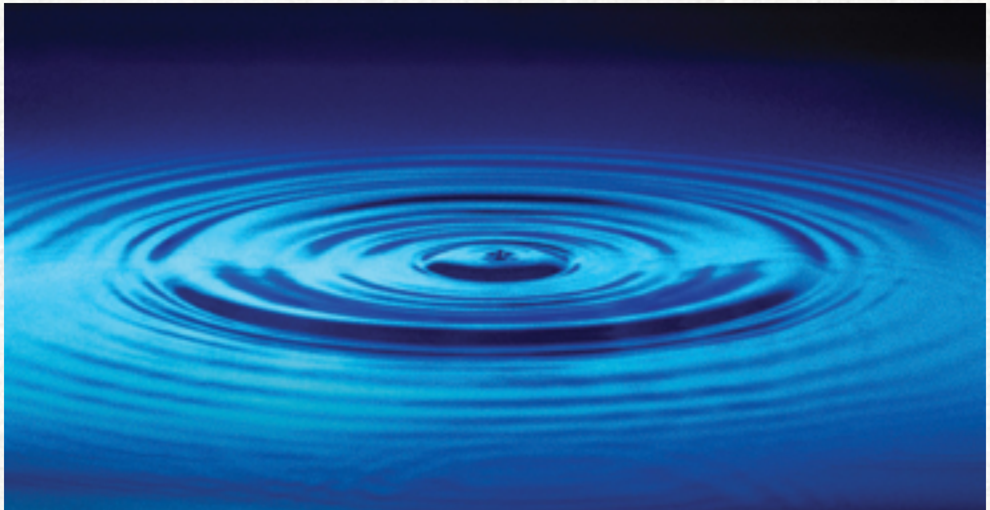


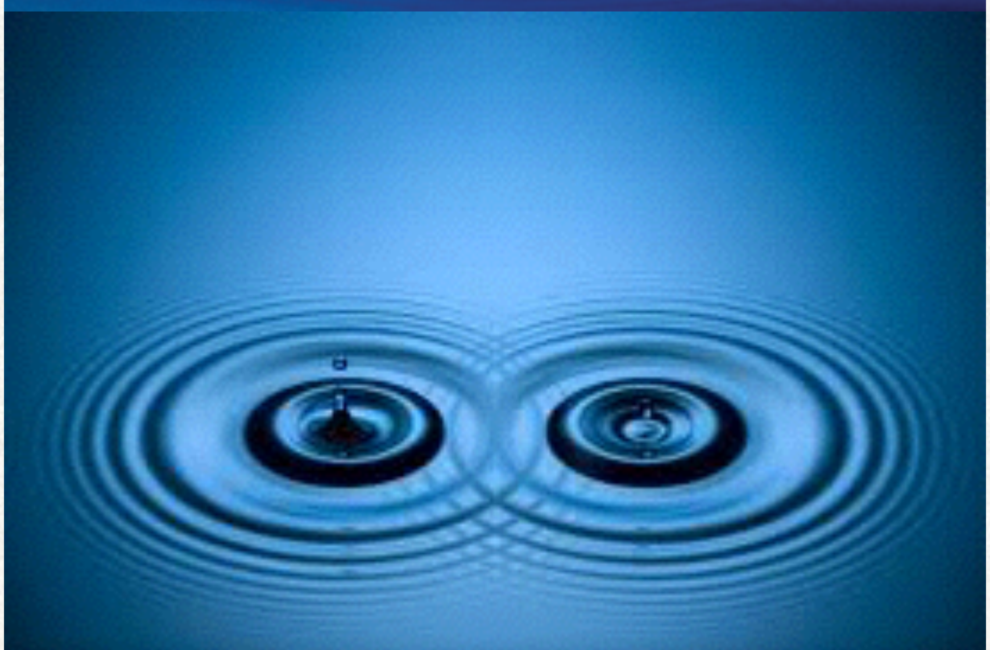


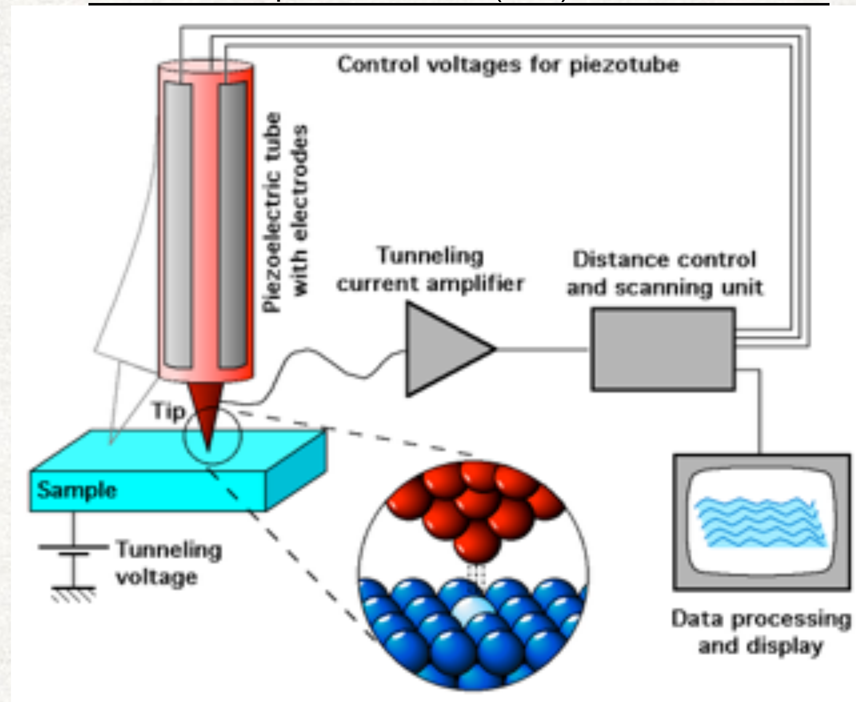
Nobelova cena 1937 Davisson a Thomson elektrón má vlnové vlastnosti
Paradoxy života: Thomson-otec Nobelova cena 1906 elektrón je častica



48 atómov železa uložených do kruhu
na medi pomocou STM (IBM)

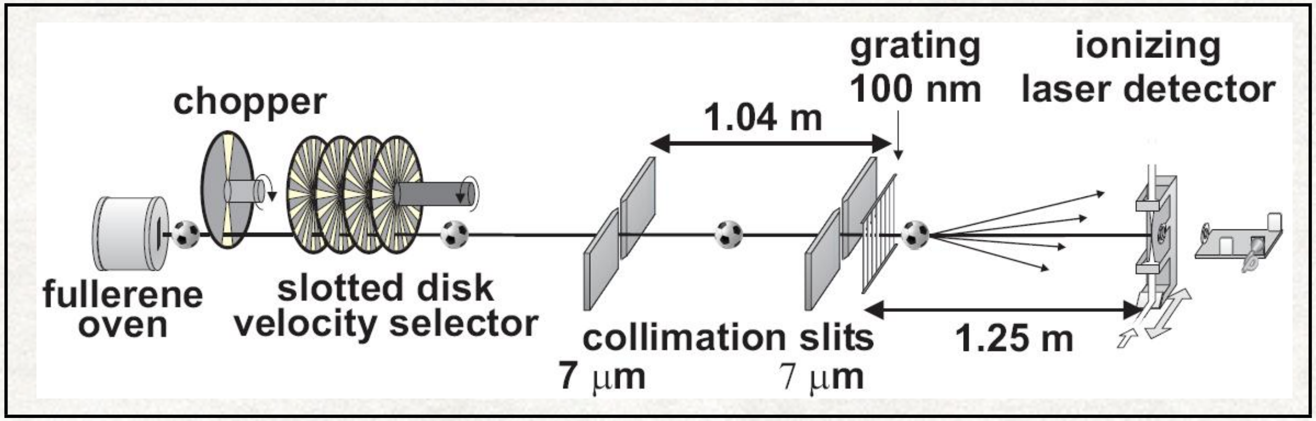


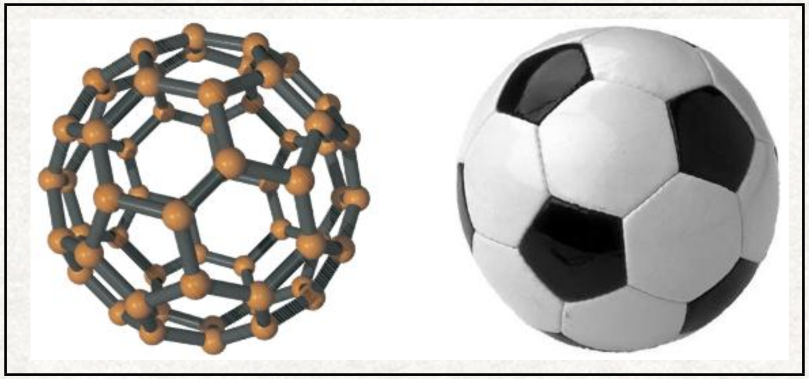


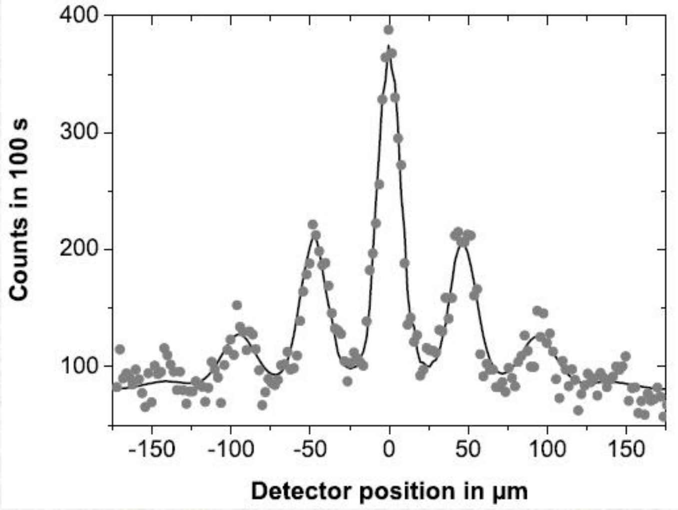


Medzikružia zodpovedajú hustote
kvantových stavov, tak ako ich dostanete
riešiac klasický „eigenvalue“ problém
V kvantovej mechanike – častica v „ohrade“

. M. ARNDT ET AL. WAVE-PARTICLE DUALITY OF C60 MOLECULES · NATURE 401, 680-682 · (1999)







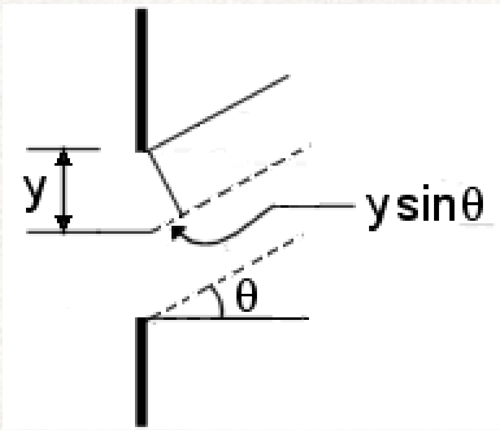
ZJEDNOTENIE PRINCÍPU NAJMENŠIEHO ÚČINKU A PRINCÍPU NAJMENŠIEHO ČASU

- Fermatov princíp najmenšieho času je dôsledok difrakcie svetla t.j. Huygensovho princípu šírenia sa vĺn v limite malých vlnových dĺžok
- Lúče sa šíria podobne ako hmotné častice (napr. elektrón)pre ktoré platí princíp najmenšieho účinku
- Elektrón vykazuje javy ako interferenciu a difrakciu podobne ako svetlo
- Energia svetla sa šíri v kvantách, ktoré sa správajú ako častice, ktoré nazývame fotóny.
- de Broglie vyslovuje hypotézu , že el. aj fotóny majú podobné vlastnosti ako vlnovú dĺžku a hybnosť
- Účinok a fáza sa minimalizuje pre dráhy, kde nachádzame častice v experimente a preto žiadajme

$$S = \hbar \mathscr{S}$$

HEISENBERGOV PRINCIP NEURČITOSTI

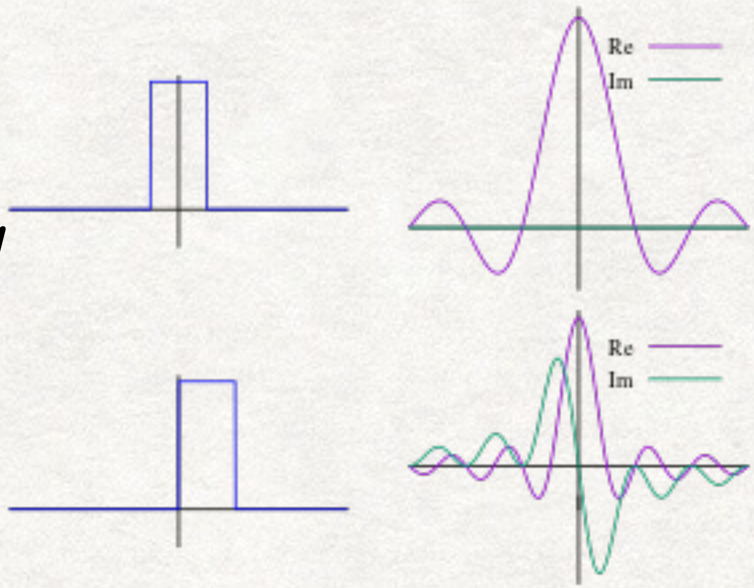
Proposition 1.6.1
Whenever a position measurement is accurate (i.e. precise information about the current position of a particle), the information about the momentum is inaccurate – uncertain – and vice versa.



$$k_y = k \sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda} \sin\theta$$

$$\frac{\sin(\Delta k_y \Delta y/2)}{\Delta k_y \Delta y/2}$$

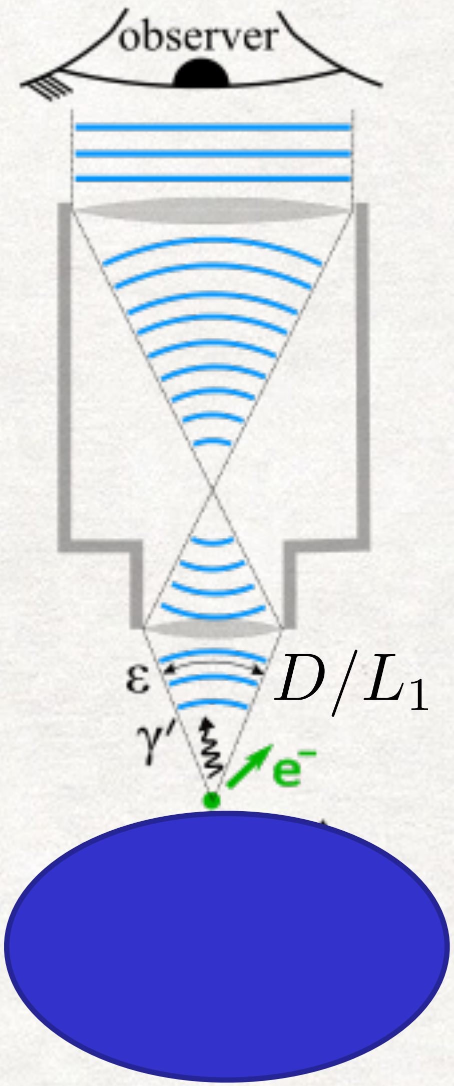
$$E(k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_0(y) e^{i k_y y} dy$$



$$\Delta k_y \Delta y/2 \gtrsim \pi$$

$$\Delta p_y \Delta y \gtrsim h$$

HEISENBERGOV MIKROSKOP



$$\Delta x_{meas} \approx \frac{\lambda}{D} L_1$$

$$\frac{\Delta p_x^{pert}}{p_{ph}} \approx \frac{D}{L_1}$$

$$p_{ph} = \frac{h}{\lambda}$$

$$\Delta x^{meas} \cdot \Delta p_x^{pert} \approx h$$

Pokus o prelomenie Heisenbergovho princípu neurčitosti

Intelektuálny súboj Einstein-Bohr. Einstein “porazený vlastnou zbraňou”.

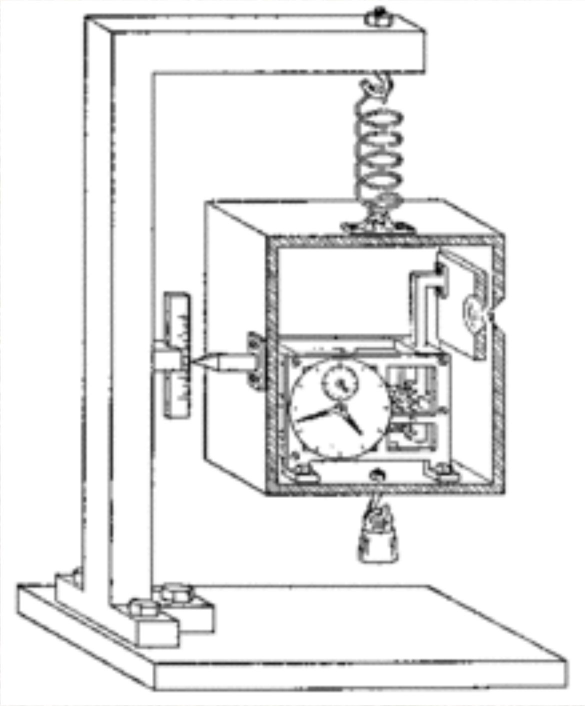
$$n\hbar\omega = \Delta m c^2 \rightarrow E = mc^2$$

Váženie rezonátora

$$G = \frac{E}{c^2} g$$

Hybnosť získaná počas váženia za čas τ_m

$$p_y = G\tau_m = \frac{E g \tau_m}{c^2}$$



Neurčitosť merania energie uzavretého rezonátora

$$\Delta E = \frac{c^2 \Delta p_y}{g \tau_m}$$

$$\Delta E \rightarrow 0 \text{ for } \tau_m \rightarrow \infty$$

V súboji vedie v prvom týždni na body A. Einstein

Súboj vyhráva Bohr

Nech platí Heisenbergov princíp neurčitosti

$$\Delta\varphi\Delta E = \frac{\hbar\omega}{2} \qquad \Delta y \Delta p_y = \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta E = \frac{c^2 \Delta p_y}{g\tau_m} \qquad \Longrightarrow \qquad \Delta\varphi = \frac{\hbar\omega/2}{\Delta E} = \frac{g\omega\tau_m}{c^2}\Delta y$$

$$\Delta\varphi = \Delta\omega\tau_m$$

$$\Delta\omega = \frac{g\omega}{c^2}\Delta y \qquad \Longrightarrow \qquad \omega = \omega_0\left(1 + \frac{gy}{c^2}\right)$$

Ak sa frekvencia rezonátora sa mení s výškou v gravitačnom poli podľa vyššie uvedeného vzťahu, ostáva Heisenbergov princíp neurčitosti v platnosti. Tento vzťah však Einstein dobre poznal, keďže ho sám odvodil vo všeobecnej teórii relativity.

Teória relativity

$$\Delta x' = \Delta x\sqrt{1-v^2/c^2}$$

$$\Delta t' = \Delta t/\sqrt{1-v^2/c^2}$$

$$\Delta t' = \Delta t/(1+g\Delta x/c^2)$$

Kvantová mechanika

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \qquad \hbar \approx 1.0 \times 10^{-34}$$

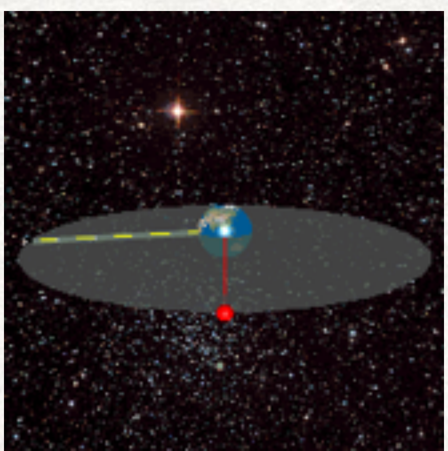
$$\Delta t \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}$$

GPS systém

Prva kozmická rýchlosť $v << c$

$$v_k = \sqrt{\frac{\kappa M}{r}} \approx 3.1\,\mathrm{km/s}$$

$$\left|\frac{\Delta t' - \Delta t}{\Delta t}\right| \approx \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} \approx 5\times 10^{-11}$$



Gravitačný posun frekvencie

$$\left|\frac{\Delta t' - \Delta t}{\Delta t}\right| \approx \frac{1}{2}\frac{\kappa M}{rc^2} = \frac{1}{2}\frac{v_k^2}{c^2} \approx 5\times 10^{-11}$$

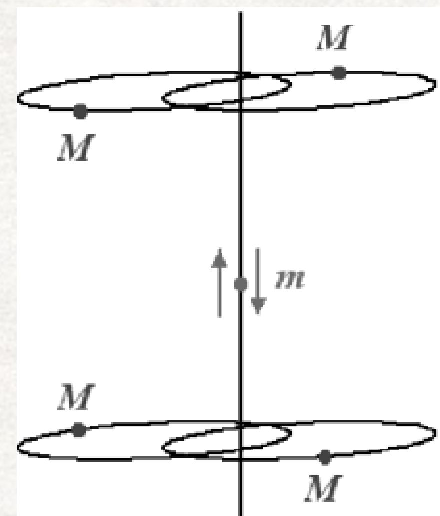


Fig. 2. Xia's five-body supertask.

Teória relativity

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$R^\mu \equiv (ct, x, y, z) \quad R_\mu \equiv \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\|R\|^2 = R^\mu R_\mu \equiv c^2t^2 - \vec{r}\cdot\vec{r} = c^2\tau^2$$

$$t = \gamma\tau$$

$$P^\mu \equiv (E/c, p_x, p_y, p_z) \qquad P_\mu \equiv \begin{pmatrix} E/c \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$$

$$\|P\|^2 = P^\mu P_\mu \equiv E^2/c^2 - \vec{p}\cdot\vec{p} = (m_0c^2)^2$$

Kvantová mechanika

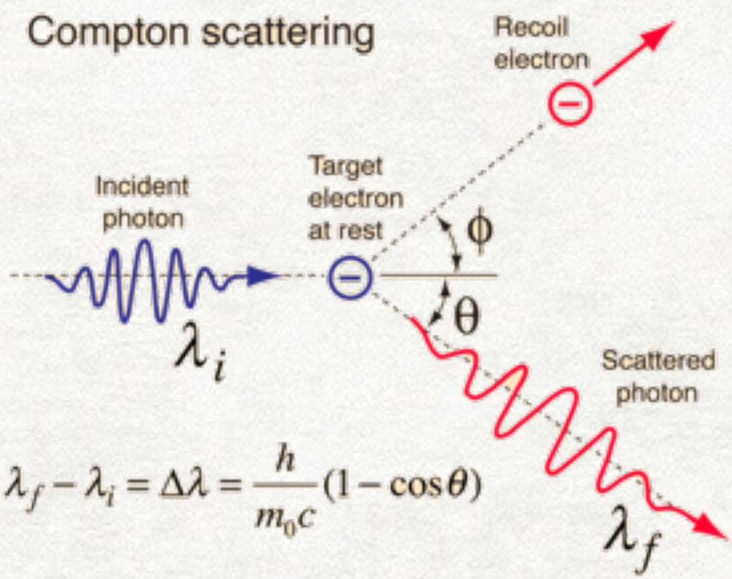
$$\Delta t \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}$$

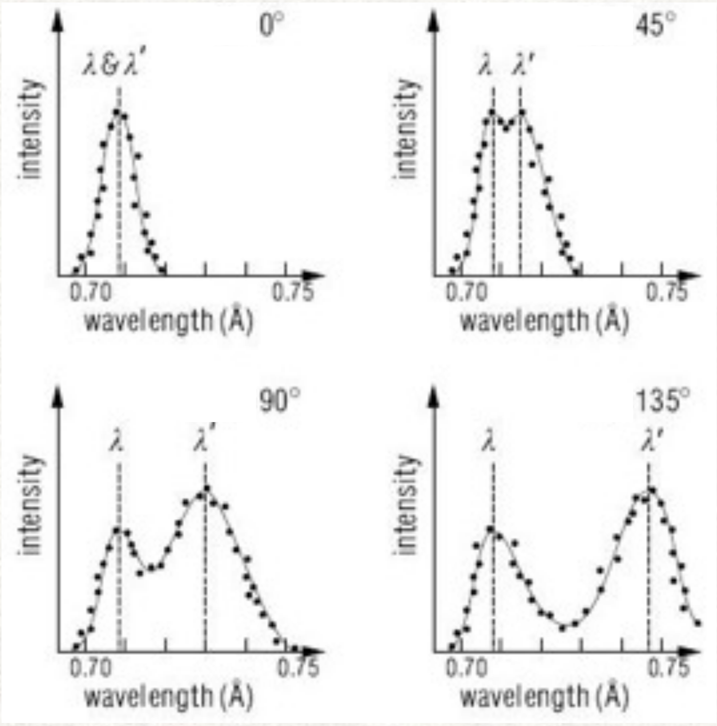
$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Psi(\vec{r}, t) = \Psi_0 e^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\cdot\vec{r} - Et)}$$

COMPTONOV JAV

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/quantum/compton.html#c1

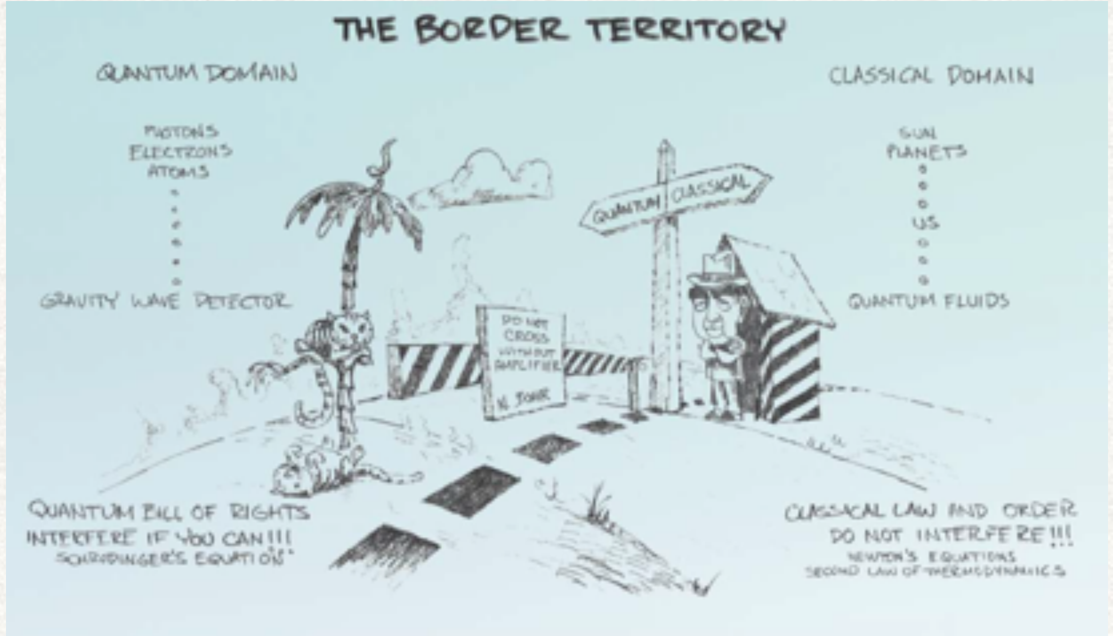




M. Brandl Project Physnet - m219 - The Compton Effect· 12.03.08

Michigan State Universtiy · http://www.physnet.org/modules/pdfmodules/m219.pdf

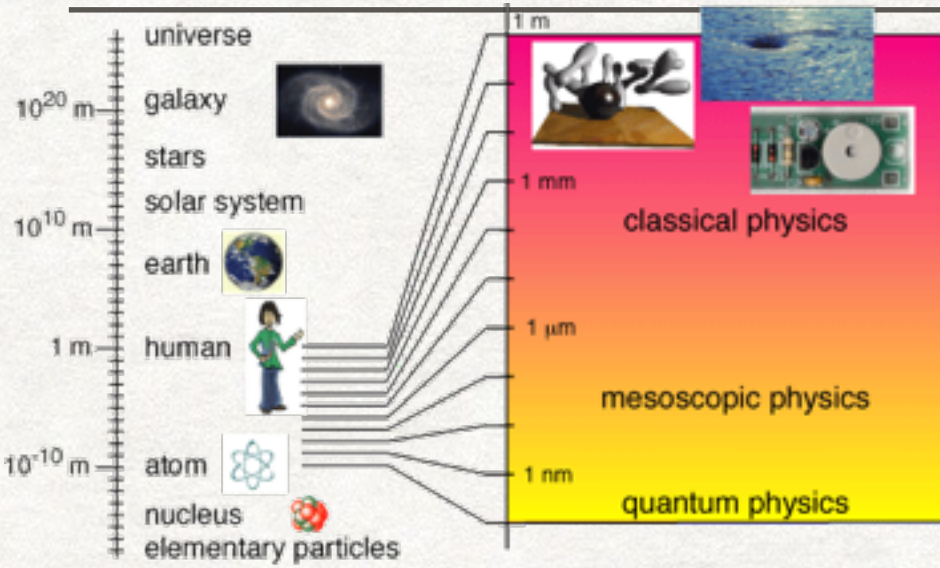
Detektor gravitačných vĺn musí byť analyzovaný ako kvantový harmonický oscilátor aj keď váži tonu..

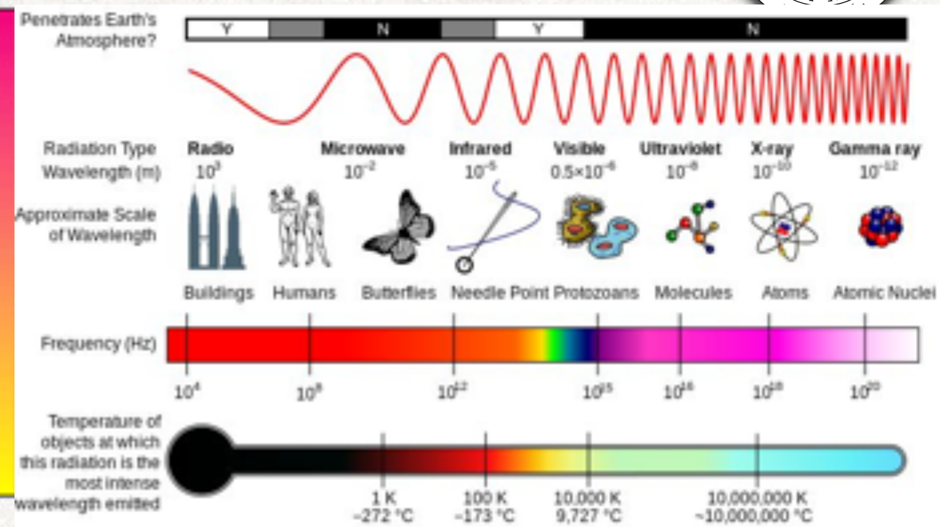


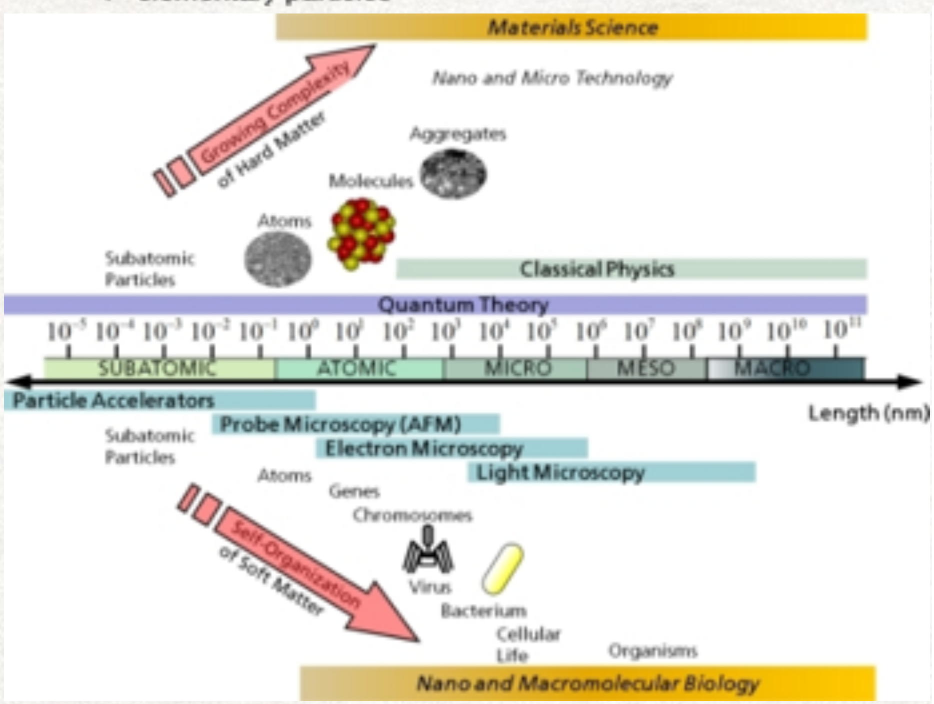
Takú presnosť má zmysel požadovať len ak znížime tepelné fluktuácie pod úroveň kvantových fluktuácií.

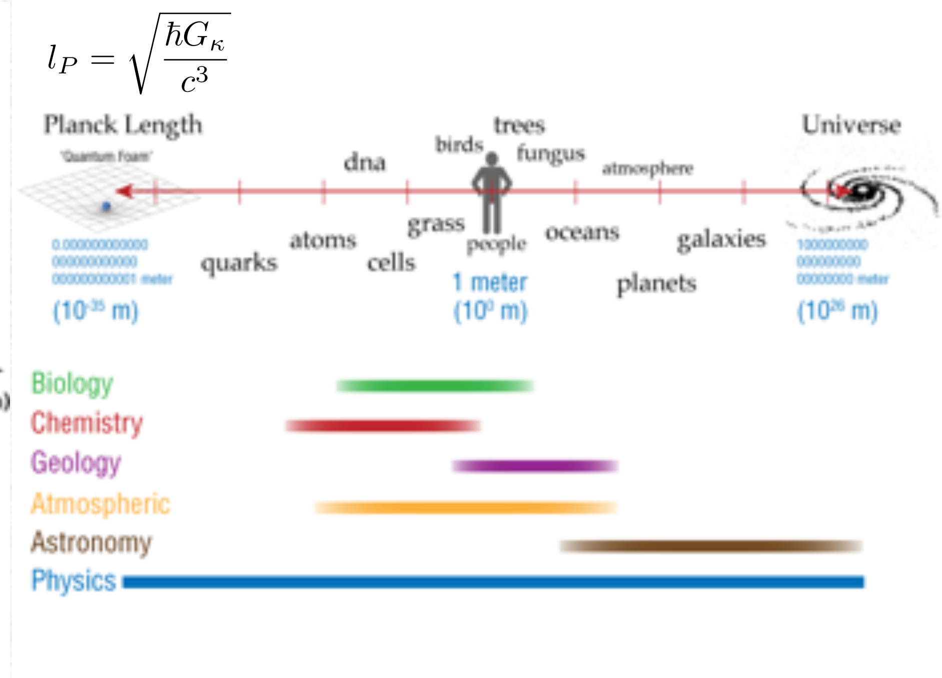
Ak vzdialenosť medzi energetickými hladinami je menšia ako $k_B T$ stačí “klasický” prístup – princíp korešpondencie.

DĹŽKOVÉ ŠKÁLY









ENERGIA LINEÁRNEHO OSCILÁTORA

$$E_{pot} = \frac{1}{2} k \Delta x^2$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2m} \Delta p^2$$

$$U(x) = \frac{1}{2} k x^2$$

$$E_0 \approx \sqrt{E_{pot} E_{kin}} = \Delta x \Delta p \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{\hbar \omega}{2}$$

Stredná energia tepelných fluktuácii $E_T = kT$