

Cvičenie 4

Prepočítané príklady

Na cvičení sme rátali príklady 3b.6, 3b.7, 3b.4 zo zbierky. Okrem toho sme prediskutovali príklad 3b.1.

Domáca úloha

- príklady zo zbierky 3b.1, 3b.3, 3b.5
- príklad 1 z časti 3 a príklad z časti 6: Ďalšie príklady
- príklady s výsledkami 1 a 2

Treba si zapamätať

- Kinetická energia: $T(q, \dot{q}) = \sum_i \frac{1}{2} m_i \dot{\vec{r}}_i^2 = \sum_i \frac{1}{2} m_i \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q^a} \dot{q}^a \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q^b} \dot{q}^b$
Napríklad pre 1 hmotný bod a 2 zovšeobecnené súradnice sa kinetická energia rozpíše ako:
$$T(q^1, q^2, \dot{q}^1, \dot{q}^2) = \frac{1}{2} m \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial q^1} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^1} \dot{q}^1 \dot{q}^1 + 2 \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^1} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^2} \dot{q}^1 \dot{q}^2 + \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^2} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^2} \dot{q}^2 \dot{q}^2 \right)$$
- Lagranžian (pre potenciálové sústavy): $L = L(q, \dot{q}, t) = T(q, \dot{q}) - U(q)$
- Pohybové rovnice (pre potenciálové sústavy): $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^a} - \frac{\partial L}{\partial q^a} = 0$
- Zákony zachovania:
 - cykličnosť t: $E = \dot{q}^a \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^a} - L = (\text{pre } L=T-U) = \text{const.}$
 - cykličnosť q^a : $p_a = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^a} = \text{const.}$
- zovšeobecnená potenciálna energia: $U(q, \dot{q}, t)$ také, že $Q_a = -\frac{\partial U}{\partial q^a} + \frac{d}{dt} \frac{\partial U}{\partial \dot{q}^a}$. Potom lagranžian stále v tvare $L = T - U$ a pohybové rovnice stále v tvare $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^a} - \frac{\partial L}{\partial q^a} = 0$.
- zovšeobecnená sila s potenciálovou a nepotenciálovou časťou: $Q_a = \vec{F}^{(a)} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^a} = -\frac{\partial U}{\partial q^a} + \tilde{Q}_a$
- nepotenciálová sila \tilde{Q}_a :
 - pohybové rovnice: $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^a} - \frac{\partial L}{\partial q^a} = \tilde{Q}_a$
 - cykličnosť t: $\dot{E} = \tilde{Q}_a \dot{q}^a$