

## 8. cvičenie z mechaniky

Peter Maták, [peter.matak@fmph.uniba.sk](mailto:peter.matak@fmph.uniba.sk)

27. novembra 2024

### Písomka

10 minút

Na pružine v tiažovom poli  $g$  voľne viselo závažie s hmotnosťou  $m$ . Keď sme k nemu pripevnili i druhé závažie s rovnakou hmotnosťou a následne závažia pustili, začali spolu kmitať s uhlovou frekvenciou  $\omega$ . Aká bola amplitúda týchto kmitov? Tlmenie neuvažujte.

### Príklady z cvičenia

1. Uvažujte tlmený buďený harmonický oscilátor popísaný rovnicou

$$m\ddot{x} + \gamma\dot{x} + kx = F \cos \Omega t \quad (1)$$

- (a) Premyslite si, že s postupujúcim časom klesá vplyv počiatočných podmienok na amplitúdu kmitov, ktorá je daná partikulárnym riešením.
- (b) Nájdite partikulárne riešenie v tvare

$$x(t) = A \cos \Omega t + B \sin \Omega t \quad (2)$$

a nahliadnite (spomeňte si z prednášky), že ho možno prepísať do tvaru

$$x(t) = C \cos(\Omega t + \varphi). \quad (3)$$

- (c) Nájdite amplitúdu kmitov partikulárneho riešenia rovnice (1) a zistite, pre aké hodnoty  $\Omega$  bude najväčšia. Aká veľká bude táto najväčšia amplitúda?
2. Predstavte si závažie s hmotnosťou  $m$  upevnené na pružine s tuhosťou  $k$ . Pre jednoduchosť zanedbajte všetko trenie. Nájdite maximálnu rýchlosť, ktorú závažie dosiahne, ak viete, že na počiatku malo výchylku  $x_0$  a rýchlosť  $v_0$ .
  3. Raketa spotrebuje všetko svoje palivo vo výške  $H$  nad povrchom Zeme. Aká musí byť vtedy jej rýchlosť, ak letí kolmo nahor a chceme, aby vystúpala do výšky  $2H$ ?
  4. Do ťažkej gule s hmotnosťou  $2m$  a rýchlosťou veľkosti  $v$  narazí zozadu menšia guľa s hmotnosťou  $m$  a rýchlosťou veľkosti  $2v$ . Vypočítajte, aké budú po zrážke rýchlosti oboch gulí, ak je zrážka centrálna a dokonale pružná?
  5. Na vojenskej strelnici sa odohral takýto zvláštny pokus. Do vagónu s hmotnosťou  $M$  idúceho od nás po koľajniciach rýchlosťou  $V$  vystrelíme z ťažkého dela strelu s hmotnosťou  $m$  letiacu (voči zemi) rýchlosťou  $v$ . Strela nakoniec celá uviazne vo vagóne. Aké bude výsledná rýchlosť sústavy? Akú časť energie strely budú po zrážke tvoriť straty v podobe tepelnej energie?
  6. Lyžiar sa spúšťa po monotónne klesajúcom svahu s prevýšením  $h$  a vodorovnou vzdialenosťou medzi vrcholom a úpäťm  $d$ . Medzi jeho lyžami a svahom je koeficient šmykového trenia  $f$ . Vypočítajte rýchlosť lyžiara v cieľi, ak zanedbáte odpor vzduchu.

## Domáca úlohy

1. Na okraji stola výšky  $h$  je položené teliesko s hmotnosťou  $M$ . V istom okamihu do neho strelíme projektil s hmotnosťou  $m$  letiaci rýchlosťou  $v$  vodorovne a kolmo na hranu stola. Tento projektil uviazne v teliesku a zhodí ho na podlahu. Ako ďaleko od stola teliesko dopadne?
2. Dve gule s hmotnosťami  $m$  a  $M$  sa zrazia čelne a pružne rýchlosťami veľkosti  $v$  a  $V$ . Aké budú rýchlosti gúl po zrážke?
3. Po diaľnici sa rútia rýchlosťou 100 km/h dva trabanty. Jeden odrazu začne zrýchľovať, až kým jeho rýchlosť nie je 200 km/h. Vo vzťažnej sústave rovnomerne idúceho trabanta to zodpovedá zmene rýchlosti z 0 km/h na 100 km/h. Koľko energie spotreboval zrýchľujúci trabant? Všetko sa samozrejme odohráva vo vákuu. *Táto úloha je náročnejšia a nie je predzvesťou písomky.*