

## 9. cvičenie z mechaniky

Peter Maták, [peter.matak@fmph.uniba.sk](mailto:peter.matak@fmph.uniba.sk)

23. apríla 2025

### Príklady z cvičenia

1. Zopakujte si samostatne odvodenie vlnovej rovnice pre priečne vlnenie gitarovej struny. Následne uvažujte strunu s hmotnosťou  $M = 3$  g a dĺžkou  $L = 60$  cm.
  - (i) Aká veľká je sila  $F$  napínajúca strunu, ak po brknutí na ňu počujeme tón s frekvenciou  $f = 100$  Hz?
  - (ii) Tón s akou frekvenciou sa ozve, ak strunu pritlačíme k hmatníku tak, aby sme jej dĺžku skrátili o jednu štvrtinu?
2. Nájdite riešenie vlnovej rovnice pre šírenie pozdĺžnych vĺn v pružnej tyči s upevnenými koncami a počiatočnými podmienkami

$$u(x, 0) = A \sin \frac{3\pi x}{L} \quad \text{a} \quad \frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = 0. \quad (1)$$

3. Vstup do potrubia vodnej elektrárne má plochu prierezu  $0.75$  m<sup>2</sup>. Voda do neho vstupuje rýchlosťou  $0.4$  m/s. V budove elektrárne je o  $200$  m nižšie úzky výstup, z ktorého voda vyteká rýchlosťou  $9.5$  m/s. Aká je plocha jeho prierezu? Odhadnite, aký je približne rozdiel tlakov medzi vstupom a výstupom potrubia?
4. Voda vo fontáne strieka do výšky  $H = 2$  m. Odhadnite, aký je tlak vody v privodnom potrubí zakopanom v hĺbke  $h = 1$  m pod miestom, z ktorého strieka voda? Plocha prierezu tohto potrubia je pritom dvakrát väčšia, než plocha prierezu jeho ústia. Úlohu riešte najprv všeobecne, potom pre zadané hodnoty.

### Domáce úlohy

1. Potrubie s vnútorným priemerom  $2.5$  cm privádza vodu do prízemí domu rýchlosťou  $1$  m/s pod tlakom  $2 \times 10^5$  Pa. Na druhom poschodí, vo výške  $8$  m, má potrubie hrúbku  $1.25$  cm. Aká je v ňom približne rýchlosť prúdenia? Aký je tlak vody?
2. Nájdite Fourierov rozvoj na intervale  $\langle 0, L \rangle$  pre funkciu

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{ak } x \in \langle 0, \frac{L}{2} \rangle \\ L - x, & \text{ak } x \in \langle \frac{L}{2}, L \rangle. \end{cases}$$