

2. nepovinná domáca úloha z teórie relativity

Peter Maták, peter.matak@fmph.uniba.sk

30. októbra 2024

1. Uvažujte matice Λ , ktoré pre $g = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ spĺňajú podmienku

$$\Lambda^T g \Lambda = g \quad \text{a} \quad \det \Lambda = 1. \quad (1)$$

Ukážte, že ak Λ_1 a Λ_2 sú takéto matice, to isté platí aj pre ich maticový súčin $\Lambda_1 \Lambda_2$.

2. Na prednáške sme ukázali, že pre matice spĺňajúce vyššie uvedenú podmienku platí

$$\Lambda^{-1} = g^{-1} \Lambda^T g. \quad (2)$$

Ukážte, že pre matice

$$\Lambda_1 = \begin{pmatrix} \gamma & v\gamma & 0 & 0 \\ v\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \Lambda_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

je výsledok pre inverznú maticu v súlade s očakávaním.

3. Overte, že pre $\partial^\mu = (\partial_t/c, -\nabla)$ a $x^\nu = (ct, \mathbf{x})$ platí $\partial^\mu x^\nu = g^{\mu\nu}$.
4. Ukážte, že ak medzi udalosťami A a B je časupodobný štvorvektor, existuje pozorovateľ, ktorý obe udalosti bude považovať za súmiestne. Podobne ukážte, že ak je medzi nimi priestorupodobný štvorvektor, bude existovať pozorovateľ, ktorý obe udalosti bude považovať za súčasné.