

Pr. a Nejaký paralelný vesmír: Ocitli sme sa v paralelnom vesmíre, v ktorom je hodnota Hubbleovej konštanty $H_0 = 130 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, je vyplnený obyčajnou baryónovou látkou s priemernou hustotou prislúchajúcou 15 protónom na m^3 a hodnota kozmologickej konštanty je $\Lambda = 5 \cdot 10^{-53} \text{ m}^{-2}$. Iné formy látky sa v tomto vesmíre nevyskytujú. Pripomeňme si, že $\rho_{\text{crit}}^{100} = 3H_{100}^2/8\pi\kappa = 18,8 \cdot 10^{-27} \text{ kg m}^{-3} c^2$, hmotnosť protónu je $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ a $3H_{100}^2/c^2 = 3,5 \cdot 10^{-52} \text{ m}^{-2}$, kde $H_{100} = 100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. Úlohou je:

1. Nájsť hodnoty parametrov Ω_l (pre baryónovú látku) a Ω_Λ (pre kozmologickú konštantu).
2. Určiť priestorovú geometriu vesmíru.
3. Určiť, či sa vesmír bude rozpínať do nekonečna, či bude jeho rozpínanie konvergovať, alebo či sa po čase nezačne zmršťovať.
4. Nájsť vzťah pre vek vesmíru v tvare s určitým integrálom.
5. Nájsť vzťah pre fyzikálny (nie comoving) horizont častíc (vzdialenosť prejdenú svetlom od veľkého tresku), tiež v tvare s určitým integrálom.
6. Nájsť závislosť medzi žiarivou vzdialenosťou a červeným posunom, opäť iba v tvare s určitým integrálom.

Výsledky: 1. $\Omega_l = 0,79$, $\Omega_\Lambda = 0,085$; 2. otvorený; 3. rozpínanie do nekonečna kvôli závislosti medzi \dot{a} a a vo Friedmannovej rovnici; 4. $T = \frac{1}{H_0} \int_0^1 \frac{y dy}{\sqrt{0,79y + 0,125y^2 + 0,085y^4}}$; 5. $R = \frac{1}{H_0} \int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{0,79y + 0,125y^2 + 0,085y^4}}$; 6. $r_L(z) = (1+z)a_0 \text{sh} \left\{ \frac{1}{a_0 H_0} \int_{\frac{1}{1+z}}^1 \frac{dy}{\sqrt{0,79y + 0,125y^2 + 0,085y^4}} \right\}$

Pr. b Dlhovlnné perturbácie: Rovnica pre perturbáciu ϕ , ktorá popisuje linearizované fluktuácie časopriestorovej metriky, je $\phi'' + 3(1+c_s^2)\mathcal{H}\phi' - c_s^2\Delta\phi + [2\mathcal{H}' + (1+3c_s^2)\mathcal{H}^2]\phi = 0$, kde c_s je rýchlosť zvuku, ktorá sa počíta ako $c_s^2 = \delta p/\delta\rho$, a $\mathcal{H} = a'/a$, s čiarkou označujúcou deriváciu podľa konformného času η . Úlohou je:

1. Nájsť závislosť \mathcal{H} od konformného času η pre jednozložkový vesmír s látkou s konštantným pomerom tlaku a hustoty energie $p/\rho = w$.
2. Nájsť riešenie rovnice pre perturbáciu ϕ v dlhovlnnej limite (nulové vlnové číslo).
3. Vyjadriť ϕ aj ako funkciu kozmologického času.

Výsledky: 1. $\mathcal{H} = \frac{2}{1+3w} \frac{1}{\eta}$; 2. $\phi = C_1 \eta^{-\frac{5+3w}{1+3w}} + C_2$; $\phi = C_3 t^{-\frac{5+3w}{3(1+w)}} + C_2$

OTÁZKY NA ÚSTNU SKÚŠKU: (rovnaké ako štátnicové)

1. Robertsonova–Walkerova metrika – zostrojenie RW metriky, „teoretický“ Hubbleov zákon, kozmologický červený posun a „pozorovateľný“ Hubbleov zákon.
2. Dynamika vesmíru – Friedmannova rovnica a rovnica kvapalín, rovnica zrýchlenia, parameter hustoty a deceleračný parameter, modely vesmíru.
3. Fyzikálne deje v ranom vesmíre – časové škály, nukleosyntéza, baryogenéza a inflácia, vznik a vývoj perturbácií.