1. Vypočítať $\left(\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{a}\right)\right)\times\vec{a}$, malo by vyjsť $a^2\left(\vec{b}\times\vec{a}\right)$.
2. Vypočítať $\vec{a}\times\left(\vec{a}\times\left(\vec{a}\times\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\right)\right)$, malo by vyjsť $a^4\vec{b}-a^2\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\vec{a}$.

Ešte dovysvetlenie k poslednému príkladu, ktorý sa robil na cvičení:

$$\vec{a}\cdot\left(\vec{b}\times\vec{a}\right)=a_i\left(\vec{b}\times\vec{a}\right)_i=a_i\varepsilon_{ijk}b_ja_k=b_j\boxed{\varepsilon_{ijk}a_ia_k}$$

Pozrime sa na časť $\boxed{\varepsilon_{ijk}a_ia_k}$. Zámena indexov $i\leftrightarrow k$ v ε_{ijk} zmení znamienko, kým v a_ia_k ho nezmení.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ijk} &= -\varepsilon_{kji}\\ a_ia_k &= a_ka_i\end{aligned}$$

Takže $\boxed{\varepsilon_{ijk}a_ia_k=-\varepsilon_{kji}a_ka_i}$. Ďalej môžeme ľubovoľne premenovávať sumačné indexy

$$\begin{aligned}\boxed{\varepsilon_{ijk}a_ia_k} &= -\varepsilon_{kji}a_ka_i=\begin{bmatrix}\text{premenujeme}\\ k\to l\\ i\to m\end{bmatrix}=\\ &= -\varepsilon_{ljm}a_la_m=\begin{bmatrix}\text{premenujeme}\\ l\to i\\ m\to k\end{bmatrix}=\\ &= -\boxed{\varepsilon_{ijk}a_ia_k}\end{aligned}$$

Vidíme, že na začiatku máme to isté ako na konci, ale s opačným znamienkom, čiže

$$\boxed{\text{niečo}}=-\boxed{\text{niečo}}\qquad\Longrightarrow\qquad\boxed{\text{niečo}}=0$$

takže

$$\boxed{\varepsilon_{ijk}a_ia_k}=0\qquad\Longrightarrow\qquad b_j\boxed{\varepsilon_{ijk}a_ia_k}=\vec{a}\cdot\left(\vec{b}\times\vec{a}\right)=0$$

Vo všeobecnosti, ak

$$\begin{aligned}A_{\dots i\dots j\dots} &= -A_{\dots j\dots i\dots}\\ S_{\dots i\dots j\dots} &= S_{\dots j\dots i\dots}\end{aligned}$$

tak

$$A_{\dots i\dots j\dots}S_{\dots i\dots j\dots}=0$$

viď príklad 0.9 z 'rozšíreného sylabu'.