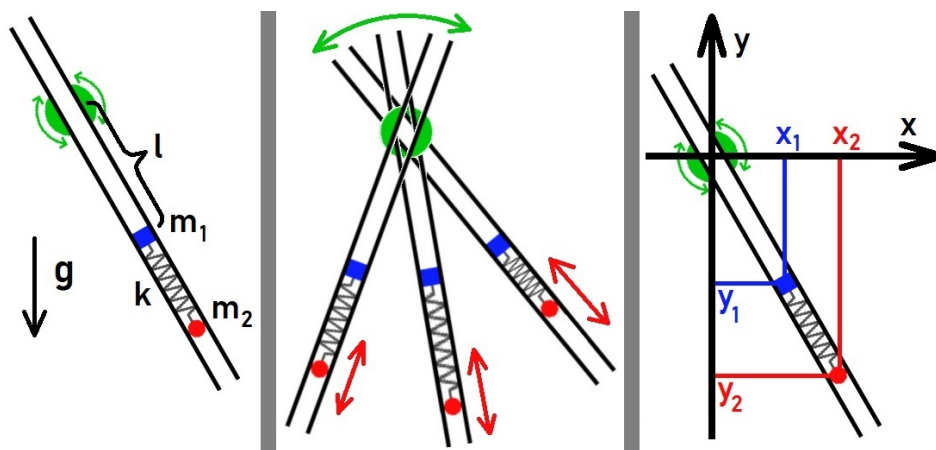


Domáca Úloha na body za semester # 2

odovzdať (riešenie poslať na e-mail) najneskôr vo štvrtok 22. októbra 2020

Dlhá, tenká a ľahká rúrka sa môže voľne otáčať v rovine. V smere roviny pôsobí aj tiažové zrýchlenie g . Vo vnútri rúrky je k nej pevne uchytené teliesko s hmotnosťou m_1 vo vzdialenosti l od bodu, okolo ktorého sa rúrka otáča. Druhé teliesko s hmotnosťou m_2 sa môže voľne kĺzať vo vnútri rúrky, pričom je spojené s prvým telieskom pružinou s tuhosťou k a nulovou pokojovou dĺžkou. Situácia je znázornená na prvých dvoch obrázkoch:



Ak si zavedieme Kartézske súradnice x a y ako na treťom obrázku, tak pre telieska s hmotnosťami m_1 a m_2 vieme väzby vyjadriť ako

$$x_1^2 + y_1^2 = l^2, \quad \frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1},$$

pričom potenciálna energia je

$$U(x_1, y_1; x_2, y_2) = m_1 g y_1 + m_2 g y_2 + \frac{1}{2} k [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2].$$

(Príklad je jednoznačne zadaný týmito tromi vzťahmi a vysvetlenie uvedené vyššie v princípe nie je potrebné.)

Úlohou je:

1. **[0,5 b]** Zaviesť zovšeobecnené súradnice.
(4 súradnice $x_1, y_1; x_2, y_2$ & 2 väzby \implies 2 zovšeobecnené súradnice)
2. **[0,75 b]** Nájsť maticu kinetickej energie v zovšeobecnených súradniciach,

$$T = \frac{1}{2} T_{ab} (\dot{\cdot})^a (\dot{\cdot})^b = \text{výraz v tvare } \frac{1}{2} (\dot{\phi}, \dot{\psi}) \underbrace{\begin{pmatrix} \diamond & \bullet \\ \bullet & \triangleright \end{pmatrix}}_{\text{matica } T_{ab}} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix}$$

3. **[0,5 b]** Prepísať potenciálnu energiu do zovšeobecnených súradníc a napísať Lagranžian, $L = T - U$.
4. **[0,75 b]** Z Eulerových–Lagrangeových rovníc (v zovšeobecnených súradniciach),

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} = 0, \quad \dots$$

napísať pohybové rovnice. (2 nezávislé diferenciálne rovnice druhého rádu)