

## Zbezrozmernovanie

1. Zbezrozmerniť rovnicu pre matematické kyvadlo s tlmiacim členom,

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin \varphi + \lambda \dot{\varphi}^2 = 0.$$

2. Zbezrozmerniť rovnicu pre voľný pád s homogénnym tiažovým zrýchlením  $g$ ,

$$\ddot{h} + g = 0.$$

3. Zbezrozmerniť rovnicu pre úlohu 3a.7 (strana 10-11 zo zbierky úloh),

$$\ddot{\vartheta} + \frac{g \sin \vartheta + R \dot{\vartheta}^2}{l - R\pi/2 + R\vartheta} = 0.$$

4. Zbezrozmerniť rovnicu pre pohyb v Newtonovskom gravitačnom potenciáli,

$$\ddot{\vec{r}} + \frac{\kappa M}{r^3} \vec{r} = 0.$$

5. Zbezrozmerniť zákon zachovania energie pre harmonický oscilátor,

$$E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2.$$

## Riešenia

1.  $\varphi'' + \sin \varphi + \lambda \varphi'^2 = 0$ , kde čiarka označuje deriváciu podľa  $\tau$ ,  $\tau = \sqrt{\frac{g}{l}} t$ ,  $\varphi$  zbezrozmerniť netreba a  $\lambda$  je tiež bezrozmerné.

2.  $\zeta'' + 1 = 0$ , kde čiarka označuje deriváciu podľa  $\tau$ ,  $\tau = \sqrt{g/h_0} t$ ,  $\zeta$  je bezrozmerná výška,  $\zeta = \frac{h}{h_0}$ , a  $h_0$  je typická výška, napríklad výška, z ktorej teleso zhadzujeme.

3.  $\vartheta'' + \frac{\sin \vartheta + \alpha \vartheta'^2}{1 + \alpha(\vartheta - \pi/2)} = 0$ , kde čiarka označuje deriváciu podľa  $\tau$ ,  $\tau = \sqrt{\frac{g}{l}} t$ ,  $\vartheta$  zbezrozmerniť netreba, a  $\alpha$  je bezrozmerný pomer polomeru valca a dĺžky lanka,  $\alpha = \frac{R}{l}$ .

4.  $\vec{\xi}'' + \frac{\vec{\xi}}{r_0^3} = 0$ , kde čiarka označuje deriváciu podľa  $\tau$ ,  $\tau = \sqrt{\frac{\kappa M}{r_0^3}} t$ ,  $\vec{\xi} = \frac{\vec{r}}{r_0}$ , a  $r_0$  je typická vzdialenosť, napríklad hlavná polos.

5.  $\xi'^2 + \xi^2 = \frac{2E}{m\omega^2 x_0^2}$ , kde čiarka označuje deriváciu podľa  $\tau$ ,  $\tau = \omega t$ ,  $\vec{\xi} = \frac{x}{x_0}$ , a  $x_0$  je typická výchylka oscilátora, napríklad amplitúda.