

Najväčší Newtonov objav

spoločné veštenie

mechanika 4

Isaac Newton (1643-1727)
objavil okrem iných vecí
zákonu mechaniky, medzi
nimi najmä zákon sily,
zákonu pre všelijaké sily,
medzi nimi najmä gravitačný
zákon, a novú matematiku,
najmä diferenciálny a
integrálny počet. Spolu tomu
hovoríme, že objavil
spoľahlivé veštenie.



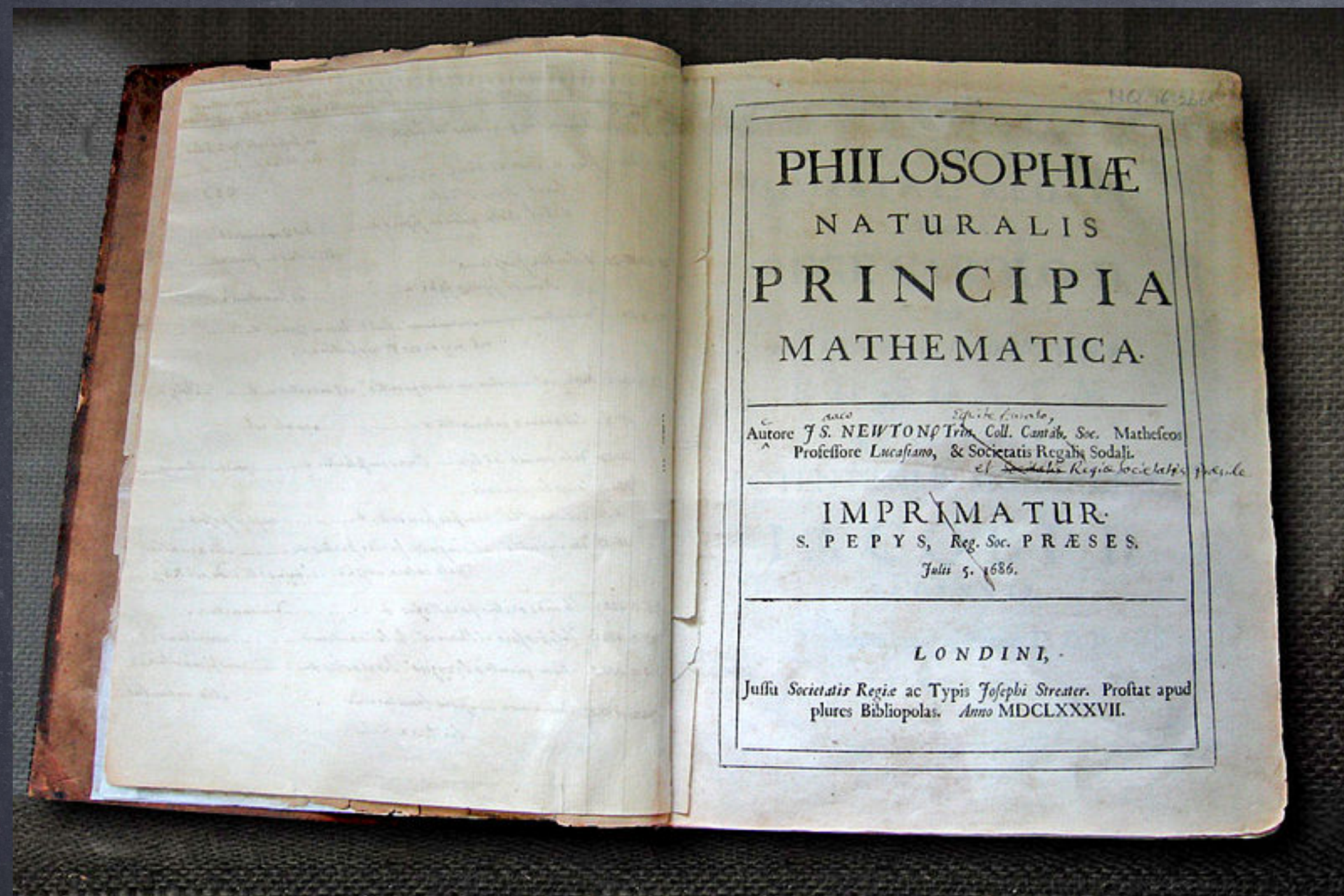
súčasníci

Daniel Defoe, Jonathan Swift, Johann Sebastian Bach, Peter Veľký, Juraj Jánošík

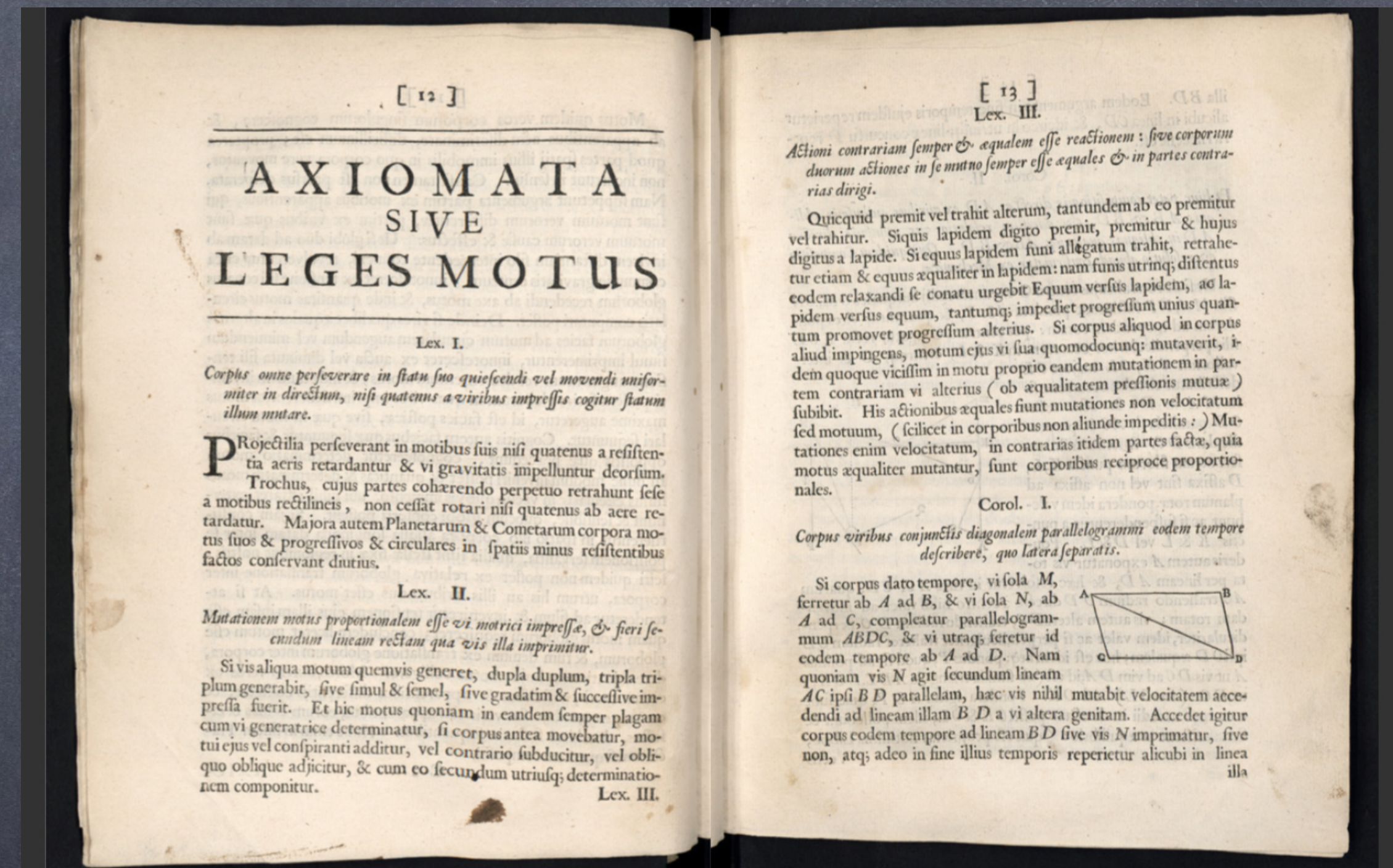


Trinity College, Cambridge

Základná kniha skutočnej mágie



Matematické princípy
prírodnej filozofie



Pohybové zákony
(str. 12)

prvý zákon

Každé těleso zotrýváva v stave pokoja alebo rovnomerného pohybu po rovnej čiare, pokiaľ nie je prinútené tento stav zmeniť silami pôsobiacimi na toto těleso.

- Hneď na začiatku razantná rozlúčka s Aristotelom.
- Zovšeobecnenie Galileovho zákona zotrvačnosti (ktorý sa týkal len pohybu vo vodorovnom smere)

druhý zákon

Zmena množstva pohybu je vždy úmerná pôsobiacej sile a deje sa v smere rovnej čiary, v ktorej sila pôsobí.

- Pod množstvom pohybu sa tu myslí súčin jeho hmotnosti a rýchlosti (tak je to predtým definované v časti Definície) a pod úmernosťou sa v skutočnosti rozumie rovnosť
- Toto je najdôležitejší fyzikálny zákon všetkých čias (všetky ostatné sú len variáciami na túto základnú tému)

čo vlastne hovorí
druhý zákon?

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Prečo je práve toto také dôležité?

Pretože to umožňuje predpovedať budúcnosť
(a to v mnohých prípadoch úplne jednoznačne a presne)

základná otázka

- Ak sa konkrétne teleso nejako pohybuje tu a teraz, kde bude a ako sa bude pohybovať o chvíľu? (nejako sa pohybovať znamená mať nejakú rýchlosť')

- Bežné označenia:

tu	\vec{r}
teraz	t
tu a teraz	$\vec{r}(t)$
chvíľa	Δt
rýchlosť'	\vec{v}

odpoveď

- S polohou je to jednoduché:

$$\vec{r}(t + \Delta t) = \vec{r}(t) + \vec{v}(t) \cdot \Delta t$$

$\vec{r}(t)$

poloha teraz

$\vec{r}(t + \Delta t)$

poloha o chvíľu

- S rýchlosťou vlastne tiež:

$$\vec{v}(t + \Delta t) = \vec{v}(t) + \vec{a}(t) \cdot \Delta t$$

$\vec{v}(t)$

rýchlosť teraz

$\vec{a}(t)$

zrýchlenie teraz

- Zrýchlenie poznáme práve vďaka druhému Newtonovmu zákonu.
- Celé to platí len približne, pretože rýchlosť aj zrýchlenie sa menia (nie sú stále také, ako boli na začiatku). Priblíženie je tým lepšie (presnejšie), čím kratšia je chvíľa (uvažovaný časový interval).

A ako nájsť dostatočne presnú
odpoveď pre dlhé časy?

- Po malých krokoch, krok za krokom $t_0, t_0 + \Delta t, t_0 + 2\Delta t, \dots$
- Počiatočné podmienky: \vec{r}_0, \vec{v}_0
- Jednotlivé kroky: \vec{r}_n, \vec{v}_n

$$\vec{r}_{n+1} = \vec{r}_n + \vec{v}_n \cdot \Delta t$$

$$\vec{v}_{n+1} = \vec{v}_n + \vec{a}_n \cdot \Delta t$$

ideálna práca pre počítač

- Zadať počítačové podmienky
- Vypočítaj po malých krokoch vždy nové polohy a rýchlosti
- Nakresli výslednú trajektóriu (prípadne aj grafy závislosti rôznych zložiek polohy alebo rýchlosti od času)
- Lepšia presnosť sa dá dosiahnuť zmenšením kroku (krok sa oplatí zmenšovať dovtedy, kým sa ešte výsledky ako-tak menia)

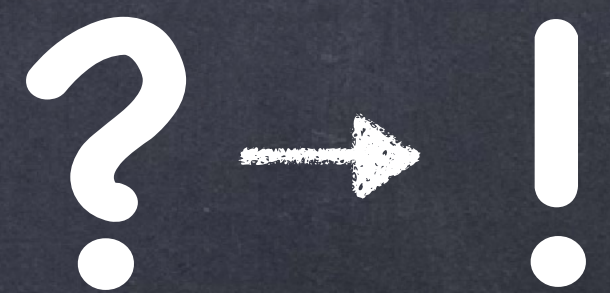
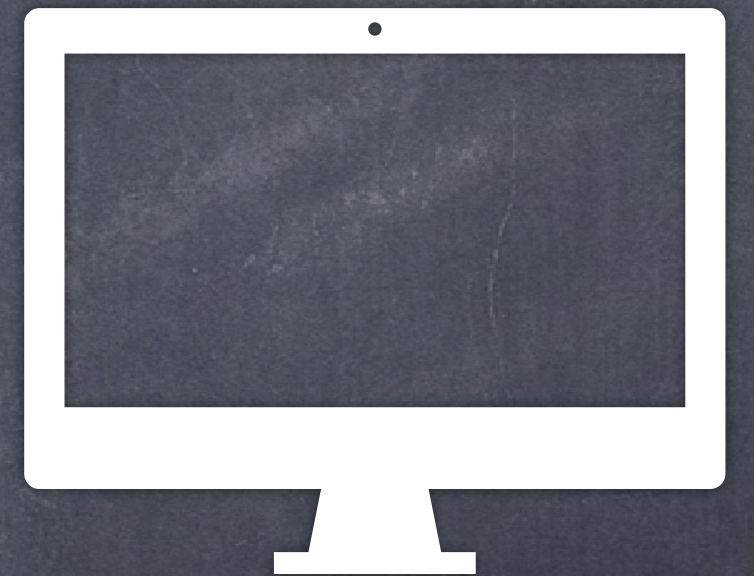


Newton a počítače?

- Nie, on to tak nerobil (aj keď vedel, že sa to tak robiť dá)
- Vymyslel matematiku, pomocou ktorej vedel urobiť úplne presne veci, ktoré my s počítačom dokážeme dosť presne, ale nie úplne (neskôr sa tú presnú matematiku naučíme)
- Zaujímavosť: Knihu nenapísal v jazyku tejto novej matiky (pomocou ktorej na veci prišiel), ale v jazyku geometrie (ktorý bol v tom čase pre čitateľov zrozumiteľnejší)
- Ale pre nás, vyzbrojených počítačmi, je to ideálna metóda na porozumenie Newtonovej mechanike.

hodili by sa príklady

- Vypočítame, ako vyzerá pohyb telesa, na ktoré pôsobí gravitácia aj odpor vzduchu
- Urobíme to pomocou programov v Pythone. Z počiatočnej podmienky a zo známych síl dokážeme prepovedať (vyveštit') celý pohyb
- Ak budeme poznať celý pohyb, dokážeme odpovedať na rôzne konkrétne otázky týkajúce sa tohto pohybu



ešte kým zapojíme počítač

- práci s počítačom sa budeme venovať až na budúcej prednáške, teraz ešte urobíme inú vec (veľmi dôležitú)
- urobíme si ručne prvé dva-tri kroky toho, čo budeme potom chcieť, aby za nás robil počítač
- je to dôležité preto, aby sme na vlastnej koži pocítili (a lepšie pochopili) čo presne budú tie počítače robiť
- a je to dôležité aj preto, lebo podobný príklad je prakticky na každej skúške na konci tohto semestra

šikmý vrh krok za krokom

- počiatočné podmienky:

$$x_0 = 0 \quad z_0 = 1.5$$

$$vx_0 = 35 \quad vz_0 = 0$$

- zrýchlenie:

$$ax_n = 0 \quad az_n = -9.81$$

- časový krok:

$$dt = 0.01$$

- všetko v jednotkách SI

- počítanie:

$$x_{n+1} = x_n + vx_n dt$$

$$z_{n+1} = z_n + vz_n dt$$

$$vx_{n+1} = vx_n + ax_n dt$$

$$vz_{n+1} = vz_n + az_n dt$$

prvý a druhý krok

prvý krok:

$$x_1 = x_0 + vx_0 dt = 0 + 35 \times 0.01 = 0.35$$

$$z_1 = z_0 + vz_0 dt = 1.5 + 0 \times 0.01 = 1.5$$

$$vx_1 = vx_0 + ax_0 dt = 35 + 0 \times 0.01 = 35$$

$$vz_1 = vz_0 + az_0 dt = 0 - 9.81 \times 0.01 = \\ = -0.0981$$

druhý krok:

$$x_2 = x_1 + vx_1 dt = 0.35 + 35 \times 0.01 = 0.7$$

$$z_2 = z_1 + vz_1 dt = 1.5 - 0.0981 \times 0.01 = \\ = 1.499019$$

$$vx_2 = vx_1 + ax_1 dt = 35 + 0 \times 0.01 = 35$$

$$vz_2 = vz_1 + az_1 dt = -0.0981 - 9.81 \times 0.01 \\ = -0.1962$$

treťí krok

- nech sa páči, každý sám
(je to otrava, ale napriek tomu to urobte)
- je dôležité úplne rozumieť tomu, čo sa tu deje
a čo sa bude nabudúce diať pri výpočtoch počítača
- obrovská výhoda Newtonovej vešteckej rovnice a jej riešenia metódou krok za krokom spočíva v tom, že takto vieme nájsť nielen ako vyzerá šikmý vrh, ale aj ako vyzerá šikmý vrh s odporom prostredia a vlastne pohyb telesa pod vplyvom akejkoľvek sily

nepovinná úloha na záver

- skúste napísať počítačový program na riešenie Newtonovej rovnice metódou krok za krokom
- nabudúce si tu napíšeme taký program v Pythone, ale čím viac času tomu človek venuje predtým, tým lepšie tomu bude rozumieť

to be continued