

Neinerciálne vzťažné sústavy

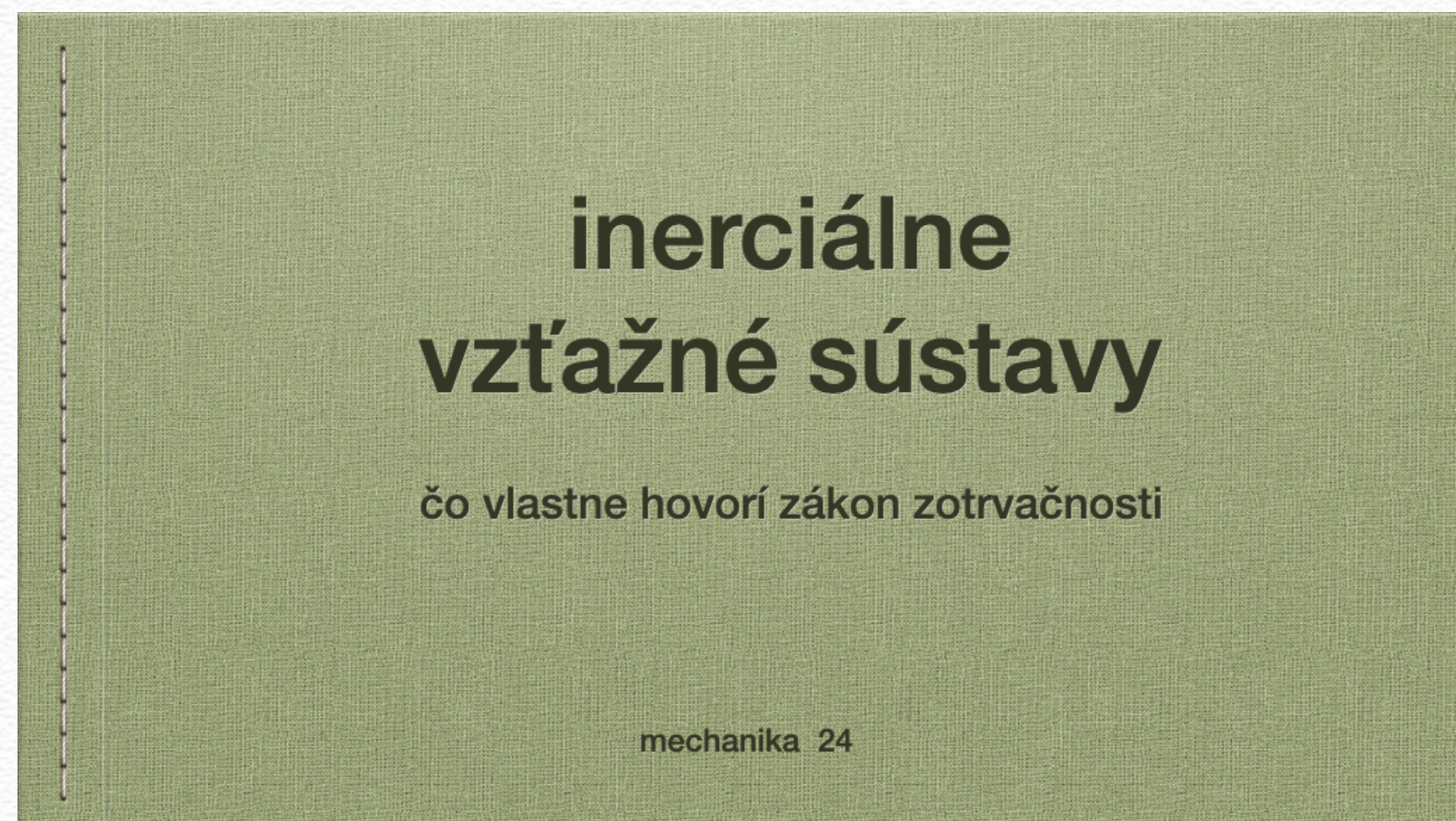
fiktívne sily

mechanika 25

dve úzko súvisiace prednášky

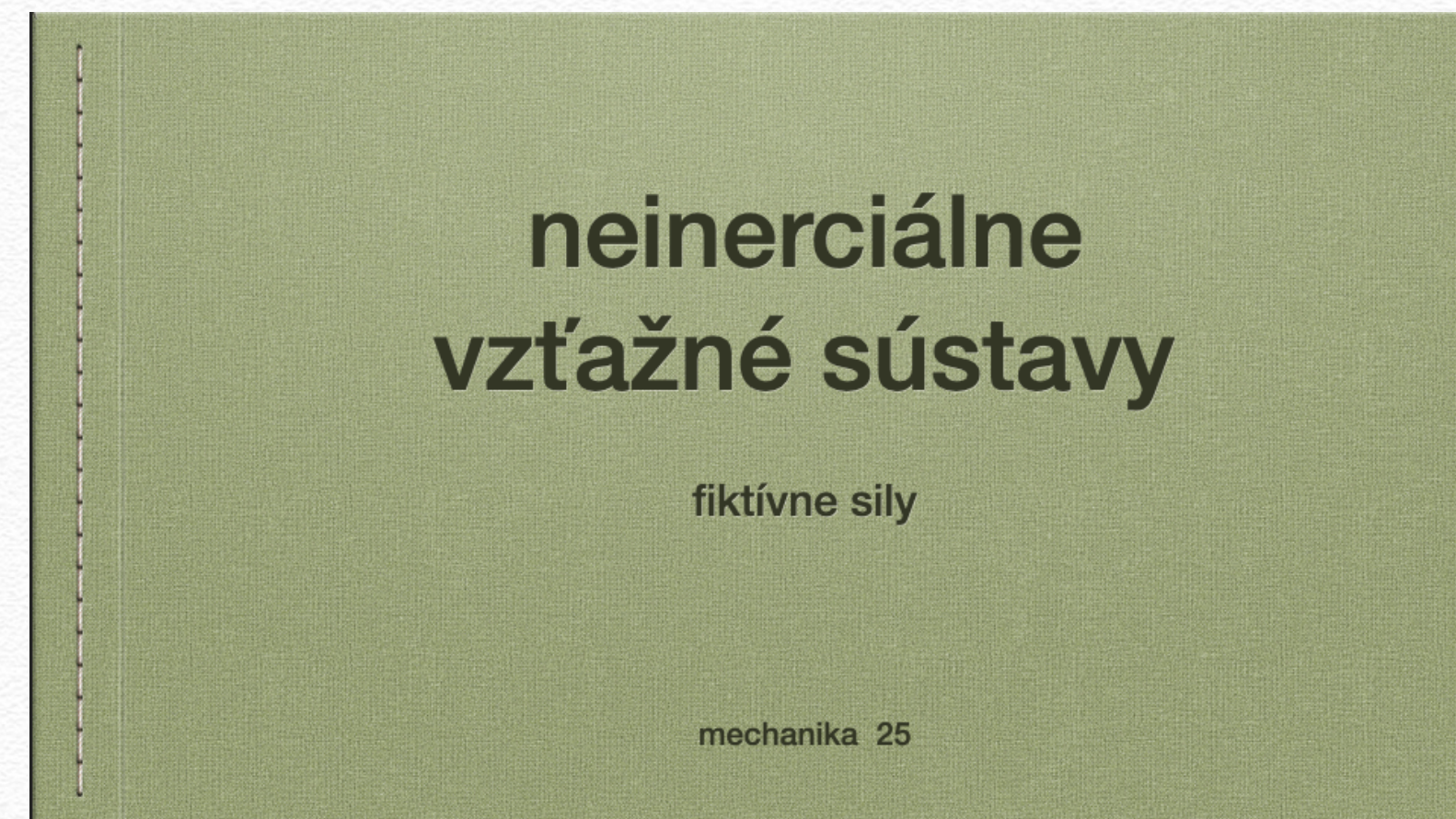
minulá

v ktorej sme sa dozvedeli, že
mechanika platí iba
v špeciálnom type vzťažných
sústav, ktorým hovoríme
inerciálne



táto

v ktorej sa dozvieme, že
mechanika platí vo všetkých
vzťažných sústavách, len ju
treba vhodným spôsobom
modifikovať



dva typy neinerciálnych sústav

zrýchľujúce

vzhľadom k inerciálnym
príklad: brzdiaca električka



rotujúce

vzhľadom k inerciálnym
príklad: otáčajúci sa kolotoč



Ako vyzerá mechanika v týchto dvoch typoch neinerciálnych vzťažných sústav?



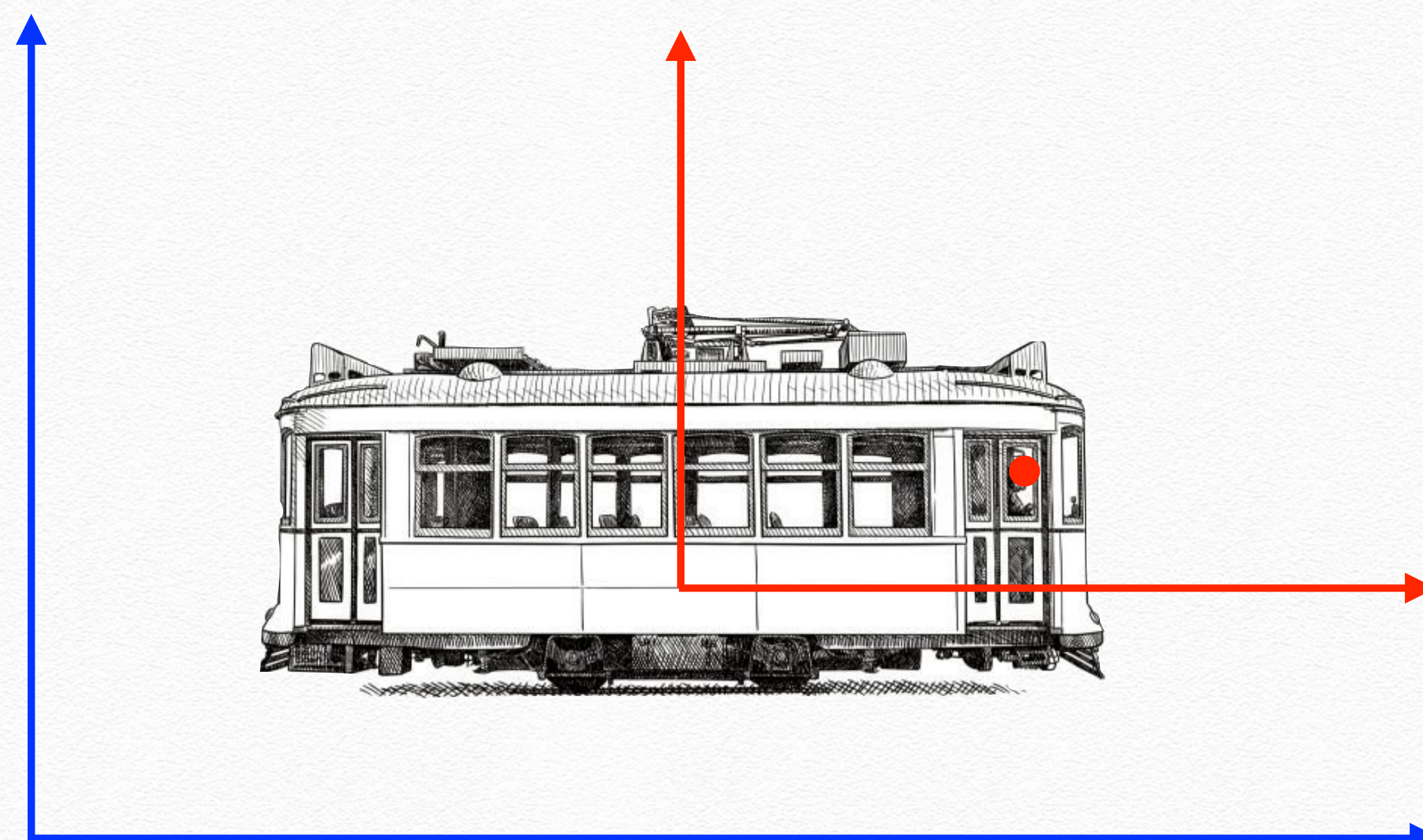
štartujúca električka, rovné koľaje

- ❖ uvažujme teleso, ktoré v električke stojí
- ❖ v inerciálnej vzťažnej sústave S' sa toto teleso pohybuje so zrýchlením \vec{a} , čiže iné telesá naň pôsobia výslednou silou

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

- ❖ v neinerciálnej vzťažnej sústave S toto teleso stojí, čiže ak by mala mechanika platiť aj v tejto vzťažnej sústave, musela by byť výsledná sila nulová, čiže by tam musela pôsobiť ešte nejaká ďalšia sila

$$\vec{F} = -m \vec{a}$$



neinerciálnou vzťažnou sústavou nie je len vnútro električky – je to samotná električka, vzhľadom k nej určujeme polohu všetkých vecí vnútri aj vonku (napríklad aj tej hviezdy)

zotrvačná fiktívna sila

- ❖ v zrýchľujúcich sústavách sa dá zákon zotrvačnosti zachrániť dosť jednoduchým trikom: k reálnym silám, ktorými na teleso pôsobia iné telesá (prípadne silové polia), pridáme takzvanú zotrvačnú fiktívnu silu

$$\vec{F}_{\text{zotrvačna}} = -m\vec{a}$$

pričom \vec{a} je zrýchlenie neinerciálnej sústavy vzhľadom k inerciálnym

- ❖ z predchádzajúceho vyplýva, že na testovacie teleso, ktoré vzhľadom k našej neinerciálnej vzťažnej sústave stojí (respektíve sa pohybuje rovnomerne priamočiari), pôsobí celková výsledná sila (reálna + fiktívna)

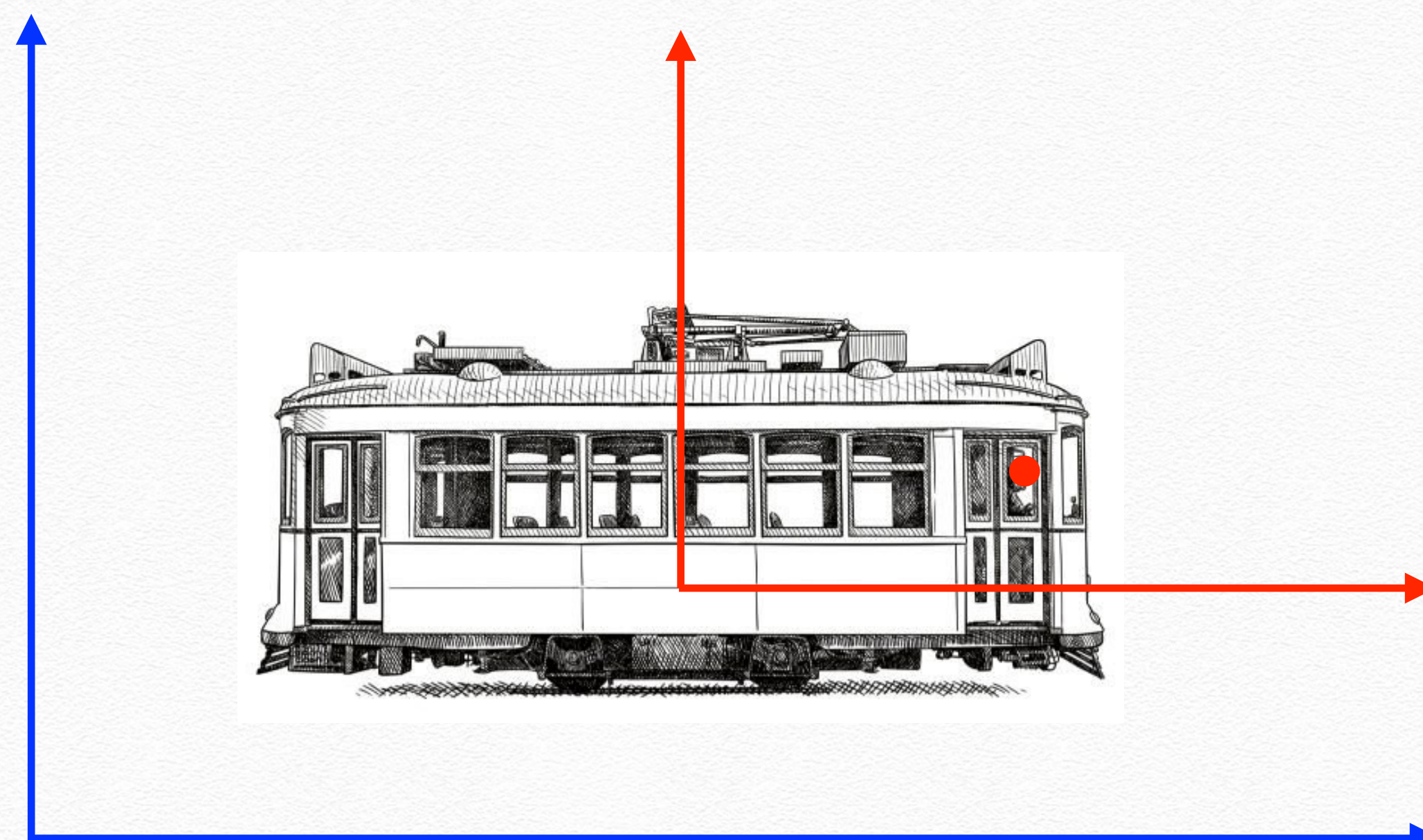
$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{skutocna}} + \vec{F}_{\text{zotrvačna}} = m\vec{a} - m\vec{a} = 0$$

- ❖ vďaka zavedeniu zotrvačnej fiktívnej sily teda zákon zotrvačnosti platí aj v zrýchľujúcich neinerciálnych vzťažných sústavách



a čo zákon sily?

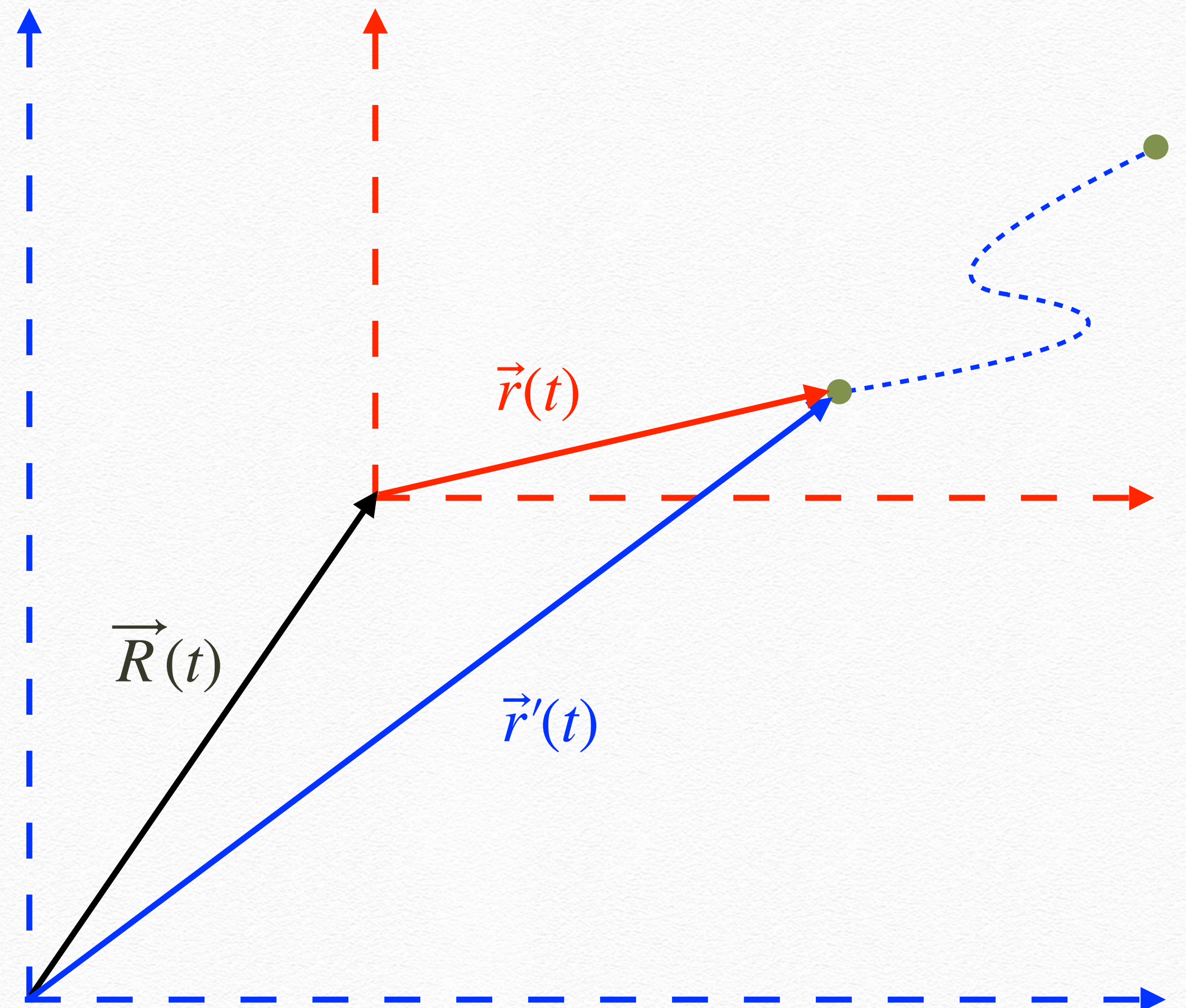
- ❖ zotrvačná fiktívna sila zachráni nielen zákon zotrvačnosti, ale aj zákon sily
- ❖ ukážeme najprv na konkrétnom príklade
- ❖ ako sa vzhľadom k zrýchľujúcej električke pohybuje hviezda, ktorá vzhľadom k našej inerciálnej vzťažnej sústave stojí?
- ❖ aké reálne a aké fiktívne sily (z hľadiska električky) pôsobia na hviezdu?
- ❖ ak započítame zotrvačnú fiktívnu silu, platí zákon sily?



na hviezdu nepôsobí nijaká reálna sila (je od všetkých ďaleko) a z hľadiska električky na ňu pôsobí zotrvačná fiktívna sila; vzhľadom k električke sa hviezda pohybuje so zrýchlením $-\vec{a}$ v súlade so zákonom sily

a teraz všeobecne

- ❖ nech sa neinerciálna vzťažná sústava **S** pohybuje vzhľadom k inerciálnej sústave **S'** a nech sa nejaké **teleso** pohybuje vzhľadom k týmto vzťažným sústavám
- ❖ nech $\vec{R}(t)$ je polohový vektor počiatku sústavy **S** vzhľadom k sústave **S'**
- ❖ nech $\vec{r}(t)$ je polohový vektor uvažovaného telesa vzhľadom k sústave **S**
- ❖ nech $\vec{r}'(t)$ je polohový vektor uvažovaného telesa vzhľadom k sústave **S'**
- ❖ zjavne platí : $\vec{r}'(t) = \vec{r}(t) + \vec{R}(t)$



zákon sily v zrýchľujúcej sústave

práve sme nahliadli, že $\vec{r}(t) = \vec{r}'(t) - \vec{R}(t)$

dvakrát zderivujeme a vynásobíme hmotnosťou: $m\ddot{\vec{r}}(t) = m\ddot{\vec{r}}'(t) - m\ddot{\vec{R}}(t)$

$m\ddot{\vec{r}}'(t)$ je rovné súčtu skutočných síl pôsobiacich na teleso (inerciálna sústava)

$-m\ddot{\vec{R}}(t) = -m\vec{a}(t)$ je zotrvačná fiktívna sila (neinerciálna sústava)

zákon sily v zrýchľujúcej neinerciálnej sústave $m\ddot{\vec{r}}(t) = \vec{F}_{skutocna} + \vec{F}_{zotrvacna}$

vd'aka zavedeniu zotrvačnej fiktívnej sily teda v zrýchľujúcich neinerciálnych vzťahových sústavách platí nielen zákon zotrvačnosti, ale aj zákon sily

čo je vlastne sila?

- ❖ zákon sily ako definícia: celkovú silu pôsobiacu na teleso zmeriame tak, že zmeriame jeho zrýchlenie: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$
- ❖ zákony pre sily: pokúsime sa nájsť rôzne sily dané polohami, rýchlosťami a ďalšími vlastnosťami iných telies tak, aby v súčte dali vždy celkovú odmeranú silu
- ❖ ak sa nám to podarí, tak platí zákon sily (zrýchlenie je dané súčtom známych síl)
- ❖ ak známe sily nestačia, objavili sme novú silu (pridáme ju tak, aby platil zákon sily)

krátke zamyslenie nad povahou fyzikálnych zákonov

- ❖ poctivé premýšľanie o zákone zotrvačnosti nás doviedlo k tomu, že tento zákon je v nejakom zmysle definíciou (inerciálnej vzťažnej sústavy) a v nejakom zmysle všeobecným tvrdením (o inerciálnych vzťažných sústavách)
- ❖ táto dvojaká povaha zákona zotrvačnosti nie je medzi fyzikálnymi zákonmi výnimkou, ale skôr pravidlom
- ❖ premyslite si, že aj zákon sily je v nejakom zmysle definíciou (sily) a v nejakom zmysle tvrdením (o silách)

podobné to bolo s energiou:

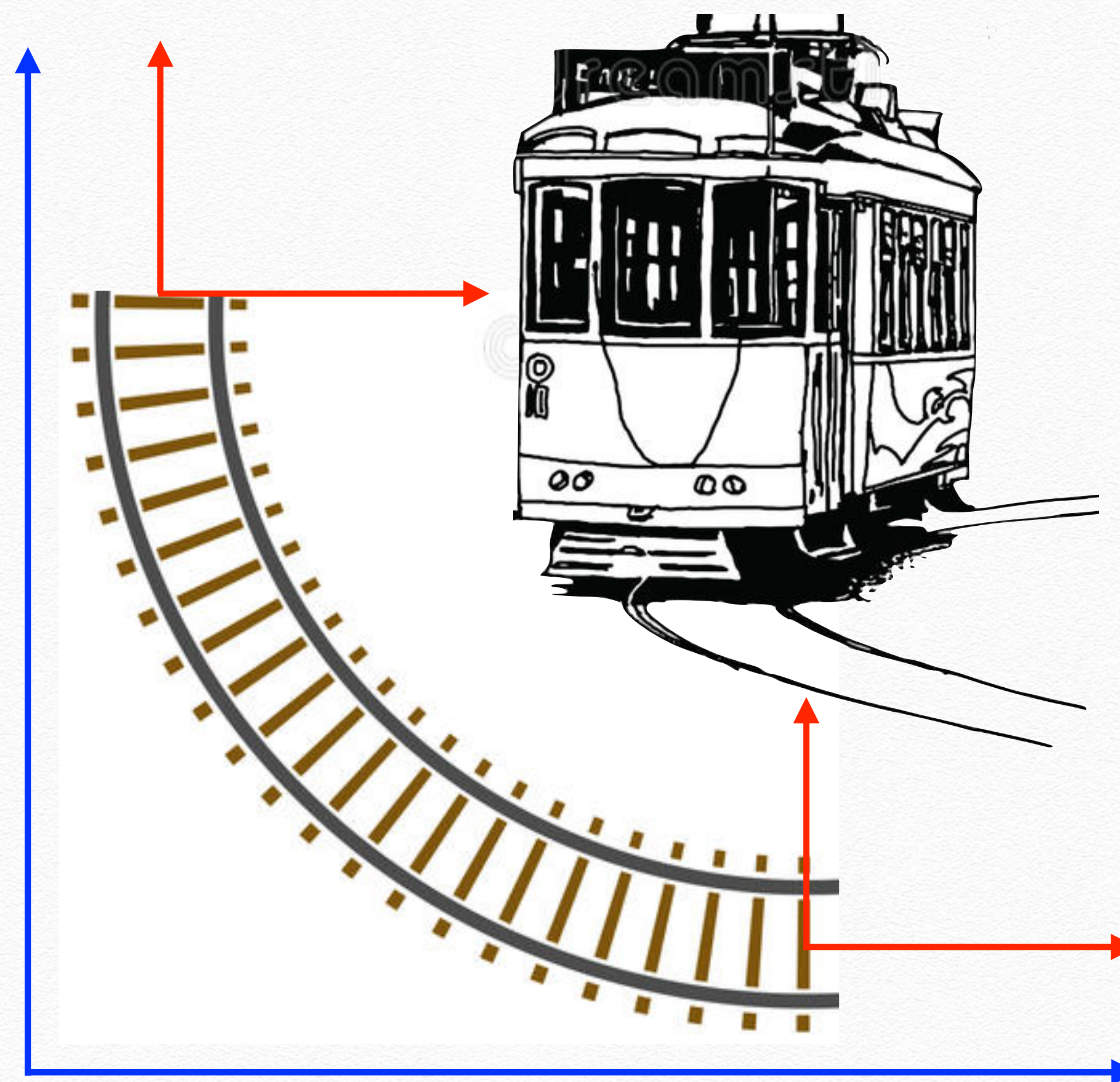
- ❖ rôzne formy energie sú definované práve tak, aby sa ich celkový súčet zachovával (netriviálnou vlastnosťou nášho sveta je možnosť definovať ich tak, aby to platilo)
- ❖ skvelé klasické krátke nepovinné čítanie na túto tému: https://www.feynmanlectures.caltech.edu/I_04.html stačí prvá časť prednášky (5 odsekov) : What is energy?

nepovinné poznámky k Einsteinovi

- ❖ ak sú skutočné sily pôsobiace na teleso nulové, potom $m\ddot{\vec{r}}(t) = -m\vec{a}$
- ❖ ak je $\vec{a} = -\vec{g}$ je to na nerozoznanie od gravitačného poľa na povrchu Zeme
- ❖ ak je $\vec{a} \neq -\vec{g}$ je to na nerozoznanie od homogénneho gravitačného poľa inej intenzity, než máme tu na Zemi
- ❖ ak \vec{a} závisí od času, zodpovedá tomu časovo premenné homogénne grav. pole
- ❖ časovo premenné homogénne gravitačné pole teda môžeme plne chápať ako zotrvačnú fiktívnu silu
- ❖ otázka je, či takto môžeme chápať aj nehomogénne gravitačné pole
- ❖ odpoveď je kladná, ale pomerne zložitá
- ❖ volá sa všeobecná teória relativity a Einsteinovi trvalo mnoho rokov naozaj intenzívnej práce, kým dokázal túto teóriu správne sformulovať

zatáčajúca električka

- ❖ uvažujme električku v zákrute (koľajnice nech majú tvar kružnice)
- ❖ nech S je neinerciálna vzťažná sústava, ktorá sa pohybuje spolu s električkou, ale jej osi sú stále rovnobežné s osami inerciálnej vzťažnej sústavy S'
- ❖ premyslite si, že zotrvačná sila smeruje v tomto prípade od stredu kružnice a človek by ju rád nazval odstredivou silou
- ❖ ale toto nie je odstredivá fiktívna sila !!! tá bude až v rotujúcich vzťažných sústavách





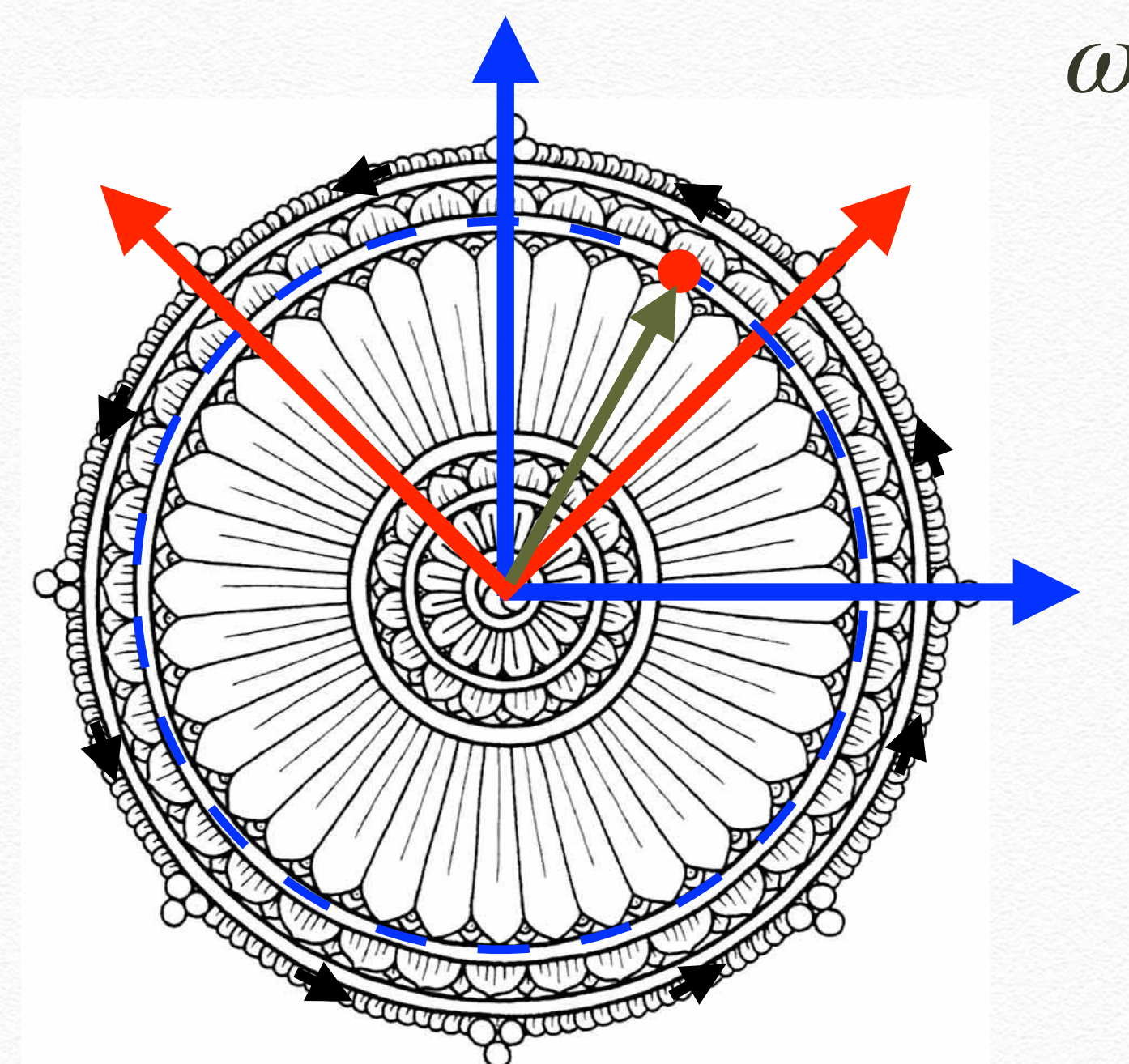
točiaci sa kolotoč

- ❖ uvažujme teleso, ktoré na kolotoči stojí
- ❖ v inerciálnej vzťažnej sústave S' sa toto teleso pohybuje po kružnici, čiže iné telesá naň pôsobia dostredivou silou

$$\vec{F} = -m\omega^2 \vec{\rho}$$

- ❖ v neinerciálnej vzťažnej sústave S toto teleso stojí, čiže ak by mala mechanika platiť aj v tejto vzťažnej sústave, musela by tam pôsobiť ešte nejaká ďalšia sila

$$\vec{F} = m\omega^2 \vec{\rho}$$



vektor $\vec{\rho}$ (vyznačený zelenou farbou) je priemet polohového vektora \vec{r} do roviny kolmej na os otáčania

odstredivá fiktívna sila

- ❖ v rotujúcich neinerciálnych sústavách sa dá zákon zotrvačnosti zachrániť podobne, ako v zrýchľujúcich: k reálnym silám, ktorými na teleso pôsobia iné telesá (prípadne silové polia), pridáme takzvanú odstredivú fiktívnu silu

$$\vec{F}_{\text{odstrediva}} = m\omega^2 \vec{\rho}$$

pričom ω je uhlová rýchlosť neinerciálnej sústavy vzhľadom k inerciálnej

- ❖ z predchádzajúceho vyplýva, že na testovacie teleso, ktoré vzhľadom k našej neinerciálnej vzťažnej sústave stojí, pôsobí celková výsledná sila

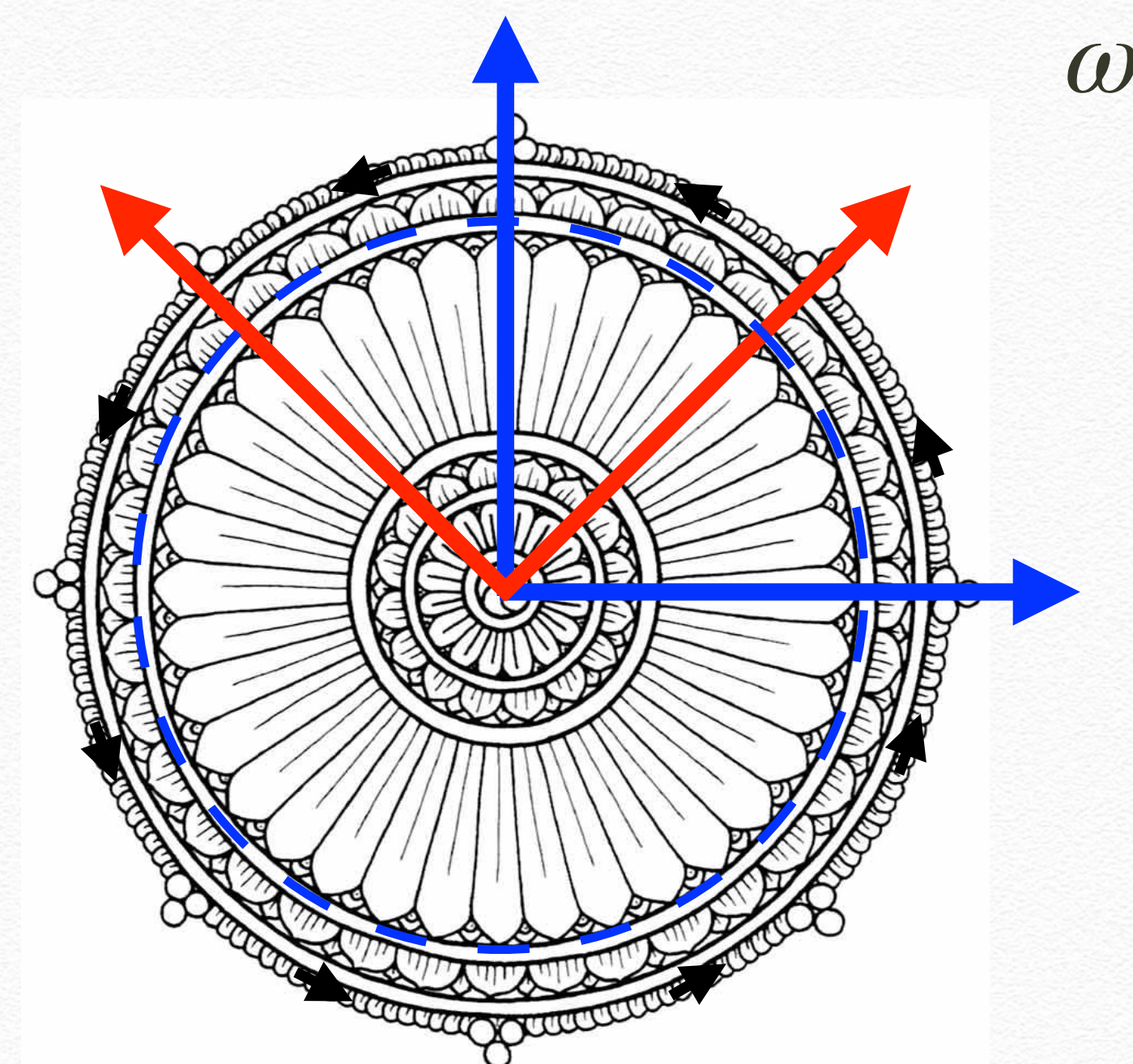
$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{skutocna}} + \vec{F}_{\text{odstrediva}} = -m\omega^2 \vec{\rho} + m\omega^2 \vec{\rho} = 0$$

- ❖ vďaka zavedeniu odstredivej fiktívnej sily teda zákon zotrvačnosti platí aj v rotujúcich neinerciálnych vzťažných sústavách



a čo zákon sily?

- ❖ zachráni odstredivá fiktívna sila nielen zákon zotrvačnosti, ale aj zákon sily?
- ❖ ako sa vzhľadom k rotujúcemu kolotoču pohybuje hviezda, ktorá vzhľadom k našej inerciálnej vzťažnej sústave stojí?
- ❖ aké zatiaľ známe fiktívne sily (z hľadiska vzťažnej sústavy kolotoča) pôsobia na túto hviezdu?
- ❖ ak započítame odstredivú fiktívnu silu, platí zákon sily?



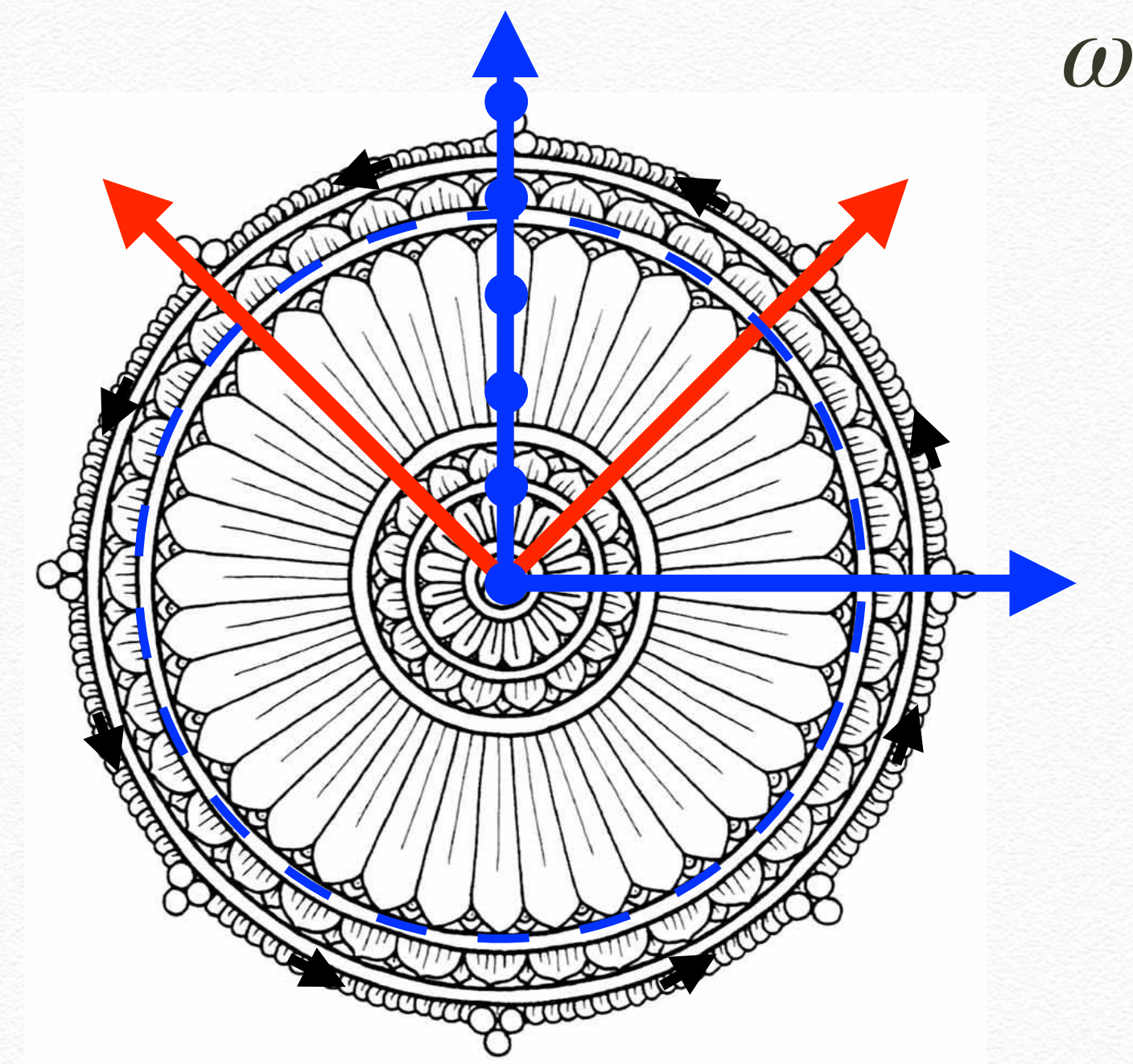
na hviezdu pôsobí prakticky nulová reálna sila (je od všetkých ďaleko) a okrem nej odstredivá fiktívna sila, ale tie dve spolu v súčte nedávajú dostredivú silu vyžadovanú zákonom sily

čo sa to deje?

- ❖ prečo sa v rotujúcej vzťažnej sústave nepodarilo zachrániť nielen zákon zotrvačnosti, ale aj zákon sily započítaním fiktívnej odstredivej sily?
- ❖ pretože odstredivá sila nie je celá story
- ❖ v rotujúcich sústavách existujú ďalšie dve fiktívne sily: Coriolisova (ak sa teleso v rotujúcej sústave pohybuje) a Eulerova (ak sa uhlová rýchlosť rotácie sústavy mení)

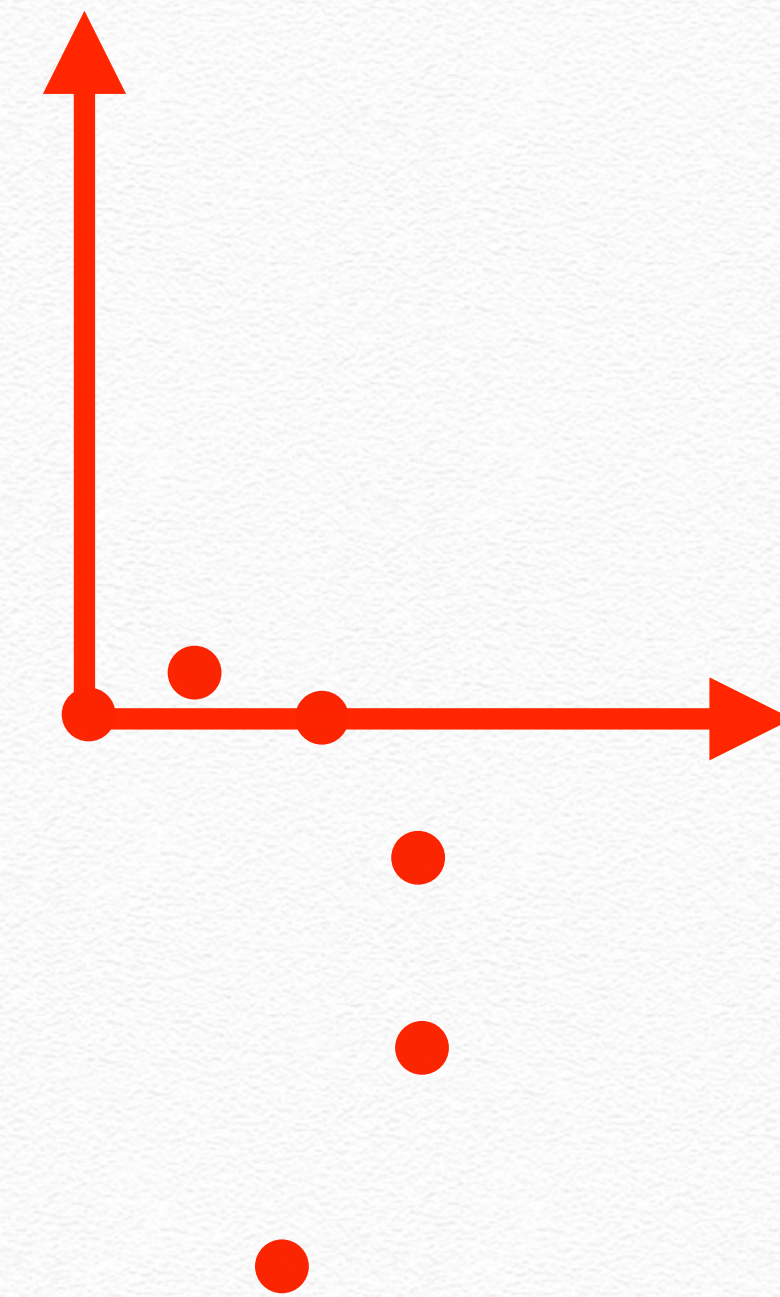
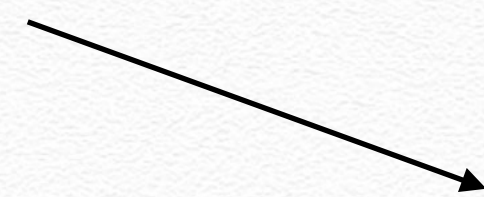
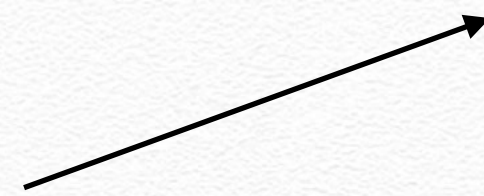
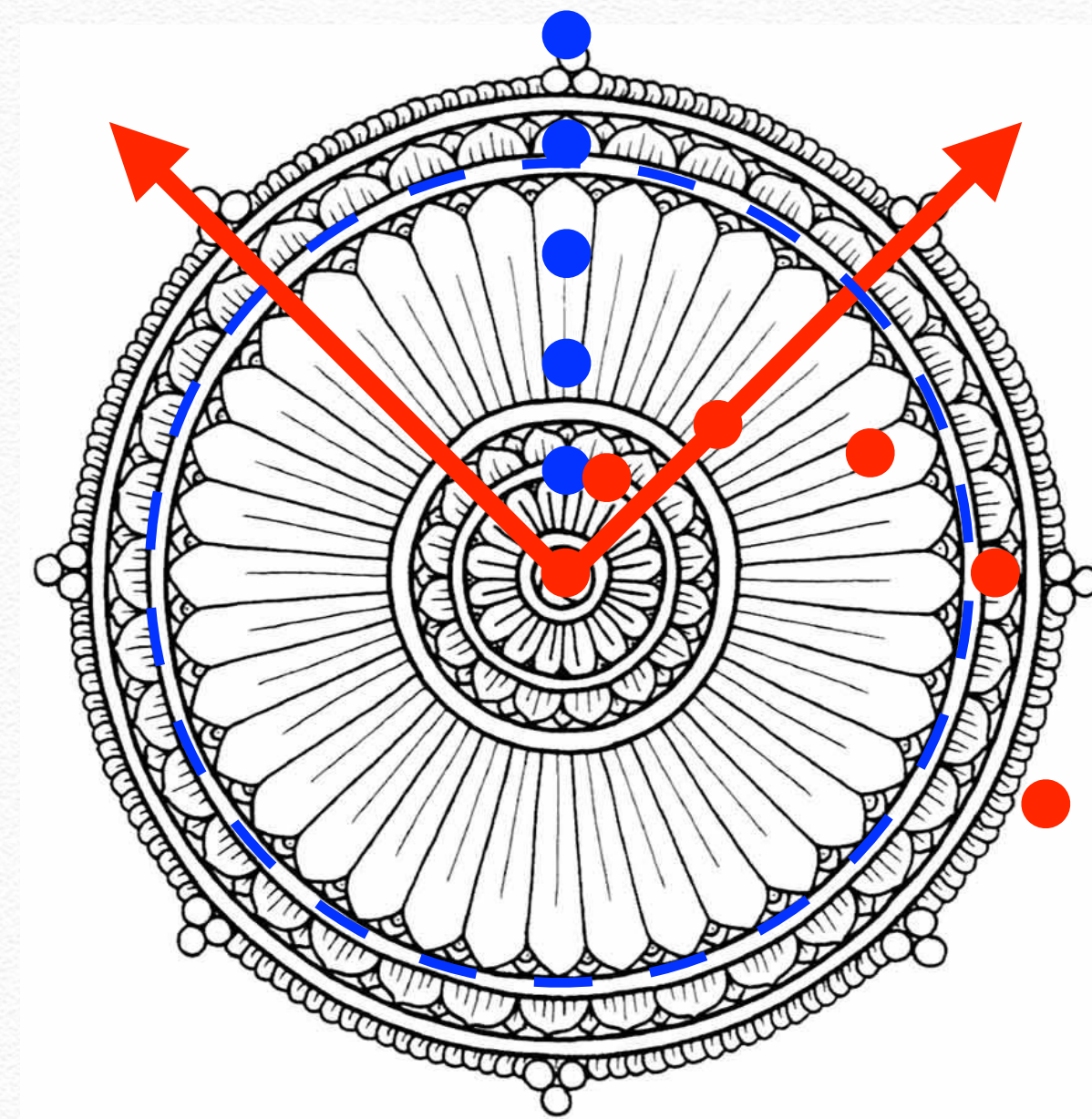
d'alšia fiktívna sila

- ❖ uvažujme teleso pohybujúce sa vzhľadom k inerciálnej vzťažnej sústave rovnomerne priamočiarno
- ❖ zakreslíme niekoľko polôh tohto telesa v rovnomerných časových intervaloch z hľadiska (modrej) inerciálnej sústavy
- ❖ ako vyzerá trajektória tohto telesa z hľadiska rotujúcej (červenej) vzťažnej sústavy?



ako to teda vyzerá?

- ❖ nech sa kolotoč za každý časový interval otočí o štvrtinu pravého uhla
- ❖ potom jednotlivé polohy telesa vyzerajú z hľadiska (červenej) rotujúcej sústavy značne inak, konkrétne takto
- ❖ ak zabudneme na všetko okrem červenej vzťažnej sústavy, tak to vyzerá takto
- ❖ takýto pohyb nemôže mať na svedomí len odstredivá sila (tá pôsobí smerom od stredu a teda nemôže zatačať pohyb tak, ako vidíme na obrázku)
- ❖ takže tam musí byť ešte nejaká ďalšia fiktívna sila (ktorú voláme Coriolisova)



a teraz všeobecne

- ❖ tu by sme teraz mali odvodiť presný tvar Coriolisovej sily
- ❖ ale pri rotujúcich neinerciálnych sústavách je to technicky trochu náročnejšie ako to bolo pri zrýchľujúcich neinerc. sústavách, takže to radšej necháme na ďalšiu prednášku

jednoduchá úloha na záver

dôležité upozornenie: táto úloha býva často na skúške

- ❖ predstavte si auto idúce v kruhovej zákrute, ktorú môžeme s dobrou presnosťou považovať za inerciálnu vzťažnú sústavu
- ❖ nakreslite zotrvačnú a odstredivú fiktívnu silu pôsobiacu na vodiča vo vzťažnej sústave pevne spojenej s autom (počiatok v hmotnom strede auta, osi sa otáčajú spolu s autom)
- ❖ vysvetlite, prečo to, čo ľudia bežne nazývajú odstredivou silou, v tomto prípade nie je odstredivá sila