

PRACOVNÝ ZOŠIT PRE PRVORÁDOVÚ LOGIKU

Ročníkový projekt · Študent: Matej Mok · Vedúci: Ján Kľuka

Report z letného semestra

V letnom semestri sme pracovali na návrhu a implementácii mechanizmu na zdieľanie informácií medzi bunkami. A tiež implementácií jeho používania vo vložených aplikáciách. Mechanizmus zdieľania sme nazvali logický kontext. Tiež bola dokončená integrácia aplikácie Formalization Checker.

Logický kontext

Obsahuje v sebe informácie o symboloch jazyka, axiómach, teorémach a pomenovaných formulách.

Jednotlivé bunky zošita môžu tieto informácie čítať a zapisovať. Zápis do kontextu sa vykonáva pomocou rozšírení. Rozšírenie môže obsahovať zoznam nových symbolov jazyka pre predikáty, konštanty a funkcie ďalej môže obsahovať zoznam nových axióm, teorém a pomenovaných formúl. Bunka môže teda v kontexte modifikovať len objekty, ktoré sama vytvorila pomocou rozšírenia.

Obsah kontextu je rôzny pre jednotlivé bunky. Kontext pre konkrétnu bunku vznikne zjednotením rozšírení, ktoré vytvorili bunky nachádzajúce sa v hárku pred ňou. Zmena rozšírenia jednej bunky ovplyvňuje len kontexty buniek, ktoré nasledujú v hárku za ňou.

Kontext v hárku je vytvorený pridaním špeciálnej kontextovej bunky, ktorá môže obsahovať vo vnútri seba ďalšie bunky. Platnosť kontextu je teda ohraničená na bunky, ktoré sú v kontextovej bunke. V jednom hárku môže byť viac rôznych kontextov a tiež sa môžu do seba vnárať. Bunky, ktoré nie sú vytvorené v kontextovej bunke nemôžu čítať ani rozširovať kontext a fungujú rovnako, ako v pôvodnej verzii pracovného hárku bez kontextu.

Pre účel využívania kontextu sme implementovali nové typy buniek a tiež sme rozšírili rozhranie aplikačných buniek tak aby vložené aplikácie mohli čítať kontext.

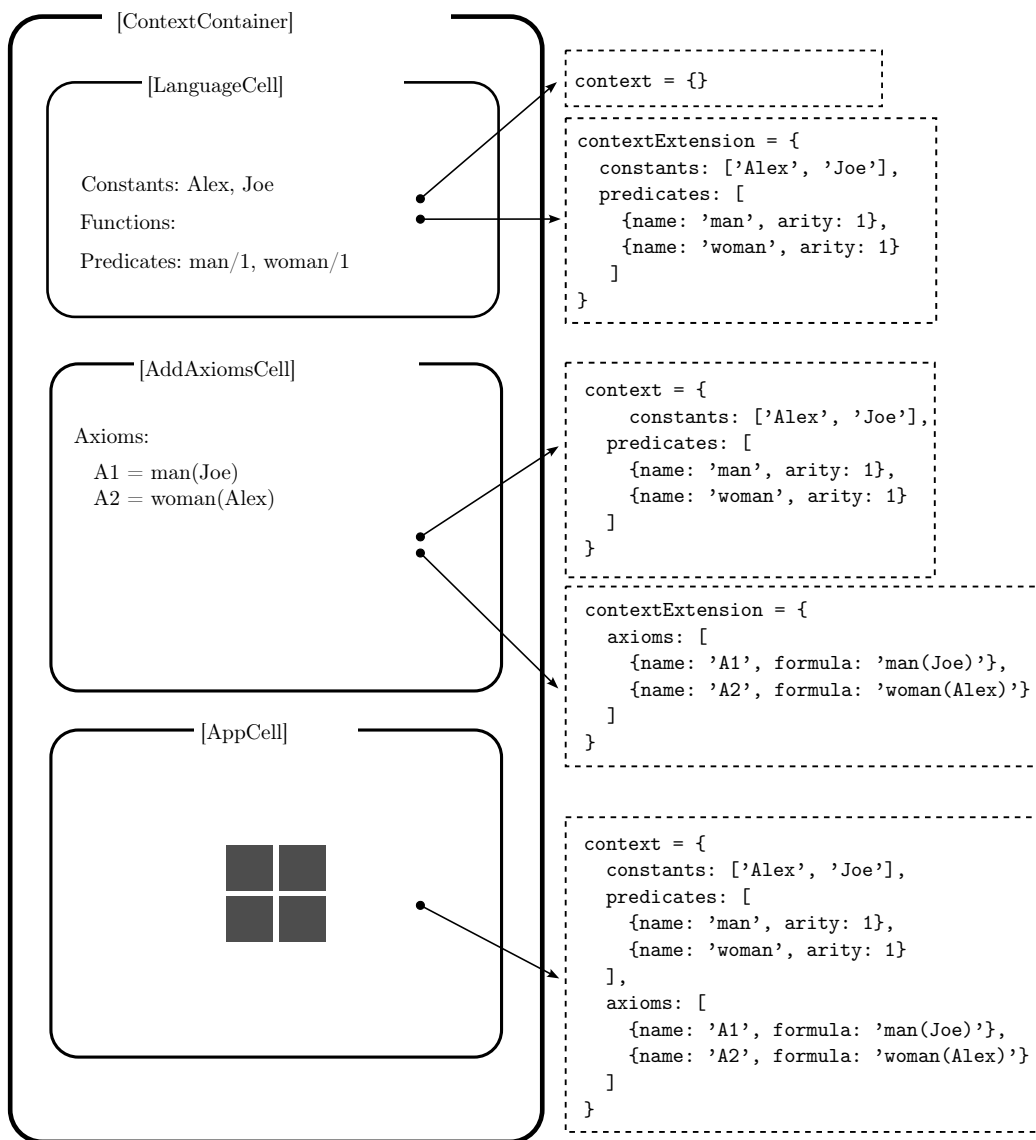
Nové typy buniek

Jazyk Na definovanie a rozširovanie jazyka bola vytvorená jazyková bunka, ktorá umožňuje definovanie symbolov pre konštanty, predikáty a funkcie.

Formuly Axiómy a pomenované formuly sa pridávajú do kontextu pomocou bunky, ktorá umožňuje pridať jednu alebo viac formúl. Formula má svoje meno a predpis. Axiómy sa považujú za splnené formuly a využívajú sa v dôkazoch. Pomenované formuly zjednodušujú zadávanie a prácu s formulami, ktorých vlastnosti sa skúmajú neskôr v cvičení.

Teorémy Teoréma má v logickom kontexte uloženie okrem mena a predpisu aj informáciu o tom či bola dokázaná. Bunka umožňuje jej definíciu a tiež dôkaz. Dokazovanie prebieha pomocou dokazovacích aplikácií. Tie dostanú zadanie, ktoré obsahuje predpis teorémy a zoznam definovaných axióm a teorém. Aplikácia má za úlohu sledovať korektnosť používania axióm prípadne teorém dokázaných v predošlých bunkách a odvodzovacích pravidiel. Počas vytvárania dôkazu aplikácia odosiela do pracovného hárku verdikt, ktorý je kladný ak sa podarilo teorému dokázať a záporný v opačnom prípade.

Dokazovacie aplikácie sú samostatné knižnice. Na komunikáciu medzi hárkom a dokazovacou aplikáciou sme navrhli nové rozhranie. Návrh je teda modulárny a umožňuje pridávanie nových aplikácií. V rámci tohto projektu sme integrovali dokazovanie pomocou tablového kalkulu s využitím aplikácie Tableau Editor a dôkaz pomocou rezolvenecie s využitím aplikácie Resolution Editor.



Obr. 1: Kontext

Integrácia kontextu do vložených aplikácií

Structure Explorer Táto aplikácia pomáha s hľadaním modelov pre množinu formúl pomocou vytvárania štruktúry. Pri použití tejto aplikácie v hárku vo vnútri kontextu sa zafixuje jazyk logiky na ten ktorý je definovaný kontextom. Ďalej sme pridali možnosť jednoduchého pridávania nových formúl zo zoznamu axióm a pomenovaných formúl.

Tableau Editor Do tejto aplikácie sme implementovali rozhranie, ktoré umožňuje jej použitie na dokazovanie teorém. Konkrétne táto aplikácia teraz kontroluje či použité pravdivé predpoklady dôkazu sú niektoré z definovaných axióm alebo dokázaných teorém. Nepravdivým predpokladom v table môže byť len dokazovaná teoréma. Ak sa podarí odvodiť uzavreté tablo bez chýb, odošle sa pracovnému hárku kladný verdikt.

Resolution Editor Druhá aplikácia ktorú je možné používať na dokazovanie teorém. Dokazovanie pomocou resolvenzie vyžaduje aby formuly v zadaní dôkazu boli prevedené do konjunktívneho normálneho tvaru, dokazovaná teoréma musí byť navyše negovaná. Na to aby mohol pracovný hárok označiť teorému za dokázanú je okrem korektnosti dôkazu potrebné aj zabezpečiť korektnosť konverzie. Zo školiteľom sme sa rozhodli, že táto konverzia bude vykoná automaticky a pre tento účel sme implementovali štandardný algoritmus. Bolo by zrejme dobré keby mohol hárok nechať vykonať túto konverziu študenta a overiť jeho korektnosť, to by ale vyžadovalo prácu na samostatný projekt.

Skonvertované formuly je možné používať v rezolvenčnom dôkaze a aplikácia overuje korektnosť používania predpokladov a odvodzovacích pravidiel. Keď sa podarí odvodiť prázdna klauzula a v žiadnom kroku nie je detegovaná chyba, odošle sa pracovnému hárku kladný verdikt.

main

wp / sets1.workbook

Changes saved

Undo

Redo

Merge changes

Lets define language $\mathcal{L}$:

$\mathcal{C}_{\mathcal{L}} = \{0\}$

$\mathcal{F}_{\mathcal{L}} = \{U/2, I/2, D/2, P/2\}$

$\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = \{in/2, subset_eq/2\}$

Lets add axiom/s:

$A1 = \forall x \forall y \forall z ((in(z, x) \leftrightarrow in(z, y)) \rightarrow x \doteq y)$

$A2 = \forall x \forall y (subset_eq(x, y) \leftrightarrow \forall z (in(z, x) \rightarrow in(z, y)))$

$A3 = \forall x \forall y \forall z (in(z, P(x, y)) \leftrightarrow (z \doteq x \vee z \doteq y))$

$A4 = \forall z \neg in(z, 0)$

$A5 = \forall x \forall y \forall z (in(z, U(x, y)) \leftrightarrow (in(z, x) \vee in(z, y)))$

$A6 = \forall x \forall y \forall z (in(z, I(x, y)) \leftrightarrow (in(z, x) \wedge in(z, y)))$

$A7 = \forall x \forall y \forall z (in(z, D(x, y)) \leftrightarrow (in(z, x) \wedge \neg in(z, y)))$

Let

$T1 = \forall x subset_eq(x, x)$

List of axioms and proved theorems

Proof of $T1$.

(1)	$T \backslash \forall x \forall y (subset_eq(x, y) \leftrightarrow \forall z (in(z, x) \rightarrow in(z, y)))$	$S^* [\quad]$
(2)	$F \backslash \forall x subset_eq(x, x)$	$S^* [\quad]$
(3)	$F subset_eq(M, M)$	$\delta [\quad 2 \quad] \{ x \rightarrow M \}$
(4)	$T (subset_eq(M, M) \leftrightarrow \forall z (in(z, M) \rightarrow in(z, M)))$	$\gamma^* [\quad 1 \quad] \{ x \rightarrow M, y \rightarrow M \}$
(5)	$F \backslash \forall z (in(z, M) \rightarrow in(z, M))$	$ESTF [\quad 3, 4 \quad]$
(6)	$F (in(b, M) \rightarrow in(b, M))$	$\delta [\quad 5 \quad] \{ z \rightarrow b \}$

Obr. 2: Ukážka aplikácie