

# Vybrané kapitoly zo štatistickej fyziky

## Príklady z cvičenia

cviko bolo 3.3.2020

testovanie hypotéz, Bayesovská štatistika

Akékoľvek otázky smelo smerujte na [juraj\(a\)tekel\(b\)gmail\(c\)com](mailto:juraj(a)tekel(b)gmail(c)com)

**Príklad 1** (Chrípková imunita). Chceme skúmať, aká časť ľudí ma voči chrípke prirodzenú imunitu. Navrhňte test, ktorým by ste to skúmali a za akých podmienok by ste prehlásili, že prirodzená imunita voči chrípke je na úrovni 50% .

**Príklad 2** (■ Očkovanie proti chrípke 1). Testy ukázali, že 50% ľudí ma proti chrípke prirodzenú imunitu. Pri teste vakcíny proti chrípke sme testovali 200 ľudí, polovicu z nich sme zaočkovali a polovicu nie. Zo zaočkovaných na chrípku nakoniec ochorelo iba 35 ľudí. V kontrolnej skupine ste trafili presne, a ochorelo presne 50 ľudí. Je vakcína účinná?

**Príklad 3** (■ Očkovanie proti chrípke 2). V akom intervale môžete predpokladať účinnosť vakcíny z predchádzajúcej úlohy na základe tohto testu, ak uvažujeme  $p = 0.05$ ?

**Príklad 4** (Očkovanie proti chrípke 3). Urobme rovnaký test na účinnosť vakcíny ako v úlohe 3. V kontrolnej skupine však uvažujte najväčšie možné fluktuácie. V akom intervale môžete predpokladať účinnosť vakcíny tentoraz. Koľko ľudí by sme mali testovať, aby sme mohli vakcínu prehlásiť za účinnú aj za predpokladu veľmi vysokej fluktuácie?

**Príklad 5** (■ Frekvencionistická minca). Máme mincu, o ktorej si nie sme istý, že je férová. Urobíme teda experiment, mincu  $n$  krát hodíme a dostaneme  $n_1$  krát znak.

- Za akých podmienok o minci vyhlásime, že férová nie je?
- Po koľkých hodoch odhalíme úplne neférovú mincu s  $p = 1$ ?

**Príklad 6** (■ Bayesovská minca). Máme mincu, o ktorej si nie sme istý, že je férová a na overenie tohto faktu urobíme rovnaký experiment ako v

predchádzajúcej úlohe. Avšak vyhodnocujeme ho Bayesovsky. To znamená, že na začiatok uvažujeme, že o minci nemáme žiadnu informáciu.

- Čo môžeme na základe experimentu o minci usúdiť?
- Aká bude očakávaná neférovosť mince  $\langle p \rangle$ ? (pre férovú mincu  $p = 1/2$ )
- Ako bude vyzeráť študovanie úplne neférovej mince?

**Príklad 7** (FC Beňušovce). Futbalový tím [FC Beňušovce] včera hral víťazný zápas. Ak vieme, že futbalisti tohto tímu hrajú 60% zápasov večer a nočných zápasov vyhrajú 55%, ale denných iba 35%, s akou pravdepodobnosťou bol včerajší zápas večer?

**Príklad 8** (Extrémne neinovatívna úloha na precvičenie). Majme dve vrecia s bielymi a čiernymi guľičkami, označené X a Y. Vreco X obsahuje  $p_X = 20\%$  bielych guľičiek a vreco Y obsahuje  $p_Y = 40\%$  bielych guľičiek. Z náhodného vreca vytiahneme 9 guľičiek, z toho 3 biele. S akou pravdepodobnosťou to bolo vreco X?

**Príklad 9** (■ Spresnenie merania). Meranie istej veličiny ukázalo hodnotu 10 so štandardnou odchýlkou 7 (Gaussovské rozloženie). Chceme túto hodnotu spresniť a preto zoberieme merací prístroj, na ktorom sa dočítame, že preň  $\sigma = 4$  a urobíme dve nové merania. Dostaneme výsledky 4 a 6. Čo vieme o hodnote tejto veličiny povedať teraz?

**Príklad 10** (Ups). Meranie hmotnosti častice ukázalo, že jej hmotnosť by mala byť  $(-0.3 \pm 1)eV$ . To ale tak nemôže byť, nakoľko hmotnosť je určite kladná. Aká je očakávaná hmotnosť častice po uvážení tohto faktu?