

Vybrané kapitoly zo štatistickej fyziky

Príklady z cvičenia

cviko bolo 4.5.2021

účinné prierezy, úvod do BKR

Akékoľvek otázky smelo smerujte na juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

Účinné prierezy

Príklad 1 (■ Zrážka s nehybnou guľou 1). Majme dve rovnako ťažké gule rovnakého polomeru R . Jedna je nehybne položená na stole a druhá na ňu letí. Ak je stojaca guľa pevne uchytená, ako vyzerá výraz pre diferenciálny a totálny účinný prierez?

Príklad 2 (Zrážka s nehybnou guľou 2). Rozmyslite si, ako by sa zmenila odpoveď na predchádzajúcu otázku v prípade rôznych polomerov ale stále rovnakých hmotností.

Príklad 3 (■ Zrážka s voľnou guľou). Rovnako ako v prvom príklade, ale stojaca guľa sa môže voľne hýbať.

Príklad 4. Ukážte, že pri zrážke dvoch molekúl pri prechode z laboratórnej do ťažiskovej sústavy platí

$$d\vec{v}_1 d\vec{v}_2 = d\vec{u} d\vec{V}$$

kde \vec{u} je vzájomná rýchlosť molekúl a \vec{V} je rýchlosť pohybu ich ťažiska.

Príklad 5 (Rutherfordov rozptyl 1). Nájdite diferenciálny účinný prierez pre zrážku elektrónu s hmotnosťou m a nábojom $-e$ s jadrom zlata, ktoré je veľmi ťažké a má náboj Zq pre $Z = 79$. Rýchlosť elektrónu vo veľkej vzdialenosti od atómu je v a zámerný parameter je b .

Môže sa zísť riešenie Keplerovej úlohy z mechaniky pre potenciál $V(r) = +k/r$

$$\frac{1}{r} = -\frac{mk}{L^2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{mk^2} \cos(\theta - \theta')} \right).$$

Nájdite potom aj totálny účinný prierez.

Príklad 6 (■ Rutherfordov rozptyl 2). Nájdite diferenciálny účinný prierez pre zrážku elektrónu s hmotnosťou m a nábojom $-e$ s jadrom zlata, ktoré je veľmi ťažké a má náboj Zq pre $Z = 79$. Rýchlosť elektrónu vo veľkej vzdialenosti od atómu je v a zámerný parameter je b .

Úlohu ale neriešate pravným integrovaním pohybových rovníc, ale použitím zákonov zachovania a Runge-Lenzovho vektora.

Nájdite potom aj totálny účinný prierez.

Príklad 7 (Dúha). Na dúhu sa dá pozeráť ako na rozptylový problém.

- Nájdite vzťah medzi imapakt parametrom b slnečného lúča a uhol rozptylu θ pri rozptyle na guľovej kvapke vody. K rozptylu dochádza tak jedným vnútorným odrazom v kvapke. Index lomu svetla vo vode je n .
- Rozmyslite si, čo sa zmení na vzťahu

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b(\theta)}{\sin\theta} \left| \frac{db(\theta)}{d\theta} \right|$$

pre prípad nejednoznačného vzťahu $b(\theta)$.

Návod. Pomôže pozrieť sa na vzťah $\theta(b)$.

- Rozmyslite si, že takto dostaneme pre rozptyl svetla na kvapke ostrý peak v množstve prichádzajúceho svetla rozptýleného po istým uhlom, ktorý závisí od n a teda od farby svetla.
- Ak vás to zaujíma, môžete skúsiť dopočítať detaily a nájsť druhorádovú dúhu, ktorá vzniká viacnásobným odrazom svetla vo vnútri kvapky.

Úvod do BKR

Príklad 8 (■ Derivácia Maxwella). Pre Maxwellove rozdelenie

$$f_0 = n(\vec{x}) \left(\frac{m\beta(\vec{x})}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\frac{m\beta(\vec{x})}{2}\vec{v}^2}$$

vypočítajte Df_0 v silovom poli homogénneho tiažového poľa $\vec{F} = (0, 0, -mg)$.

Príklad 9 (izotermická a adiabatická atmosféra). Vo výsledku predchádzajúceho príkladu urobte predpoklad o

- izotermickej,
- adiabetickej atmosfére

a nájdite závislosť hustoty vzduchu od výšky.