

Vybrané kapitoly zo štatistickej fyziky

Príklady z cvičenia

cviko bolo 23.3.2021

spinové modely

Akékolvek otázky smelo smerujte na juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

Isingov Model

Príklad 1 (■ Malá štvorcová mriežka). Nájdite štatistickú sumu pre Isingov model na štvorcovej mriežke 2×2 s periodickými okrajovými podmienkami. Aká je stredná hodnota energie pri nulovom vonkajšom poli. Aká je magnetická susceptibilita pri vysokej a pri nízkej teplote? Ako je to v prípade voľných okrajových podmienok?

Príklad 2 (Explicitný rozvoj štatistickej sumy). Nájdite niekoľko prvých členov vysoko a nízko teplotného rozvoja štatistickej sumy Isingovho modelu na

- trojuholníkovej mriežke,
- kubickej mriežke.

Príklad 3 (3-stavový Pottsov model). q -stavový Pottsov model je zovšeobecnenie Isingovho modelu. V ňom na každom bode mriežky žije premenná σ s q možnými hodnotami a energia dvojice susedných bodov je úmerná $\delta_{\sigma_i, \sigma_j}$. Ukážte, že v prípade $q = 3$ je model ekvivalentný modelu s hamiltoniánom

$$H = -H \sum_{i \sim j} \vec{s}_i \cdot \vec{s}_j, \quad (1)$$

kde možné hodnoty vektora \vec{s} sú

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 \\ -\sqrt{3}/2 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Metódou stredného poľa nájdite magnetizáciu $\langle \vec{s}_i \rangle$, voľnú energiu a ukážte, že model má fázový prechod.

Teória stredného poľa

Príklad 4 (■ Hyperkubická mriežka). Nájdite kritickú teplotu Isingovho modelu na kubickej mriežke v d rozmeroch použitím aproximácie stredného poľa pri nenulovom vonkajšom poli.

Príklad 5 (■ Isingove kritické koeficienty zo stredného poľa). Aké kritické koeficienty predpovedá pre Isingov model na d rozmernej kubickej mriežke metóda stredného poľa?

Príklad 6 (Widom scaling). Vypočítajte kritické koeficienty vo Widomom škálovaní.

Betheho aproximácia

Príklad 7 (1D a 2D Ising model). Využitím Betheho aproximácie vypočítajte kritickú teplotu pre Isingov model na jednorozmernej a dvojrozmernej mriežke.

Príklad 8 (Hyperkubická mriežka). Nájdite kritickú teplotu Isingovho modelu na kubickej mriežke v d rozmeroch použitím Betheho aproximácie a najjednoduchšieho klastru.

Príklad 9 (Hexagonálna mriežka). Nájdite kritickú teplotu Isingovho modelu na hexagonálnej mriežke použitím Betheho aproximácie a najjednoduchšieho klastru so štyrmi spinmi.