

Advanced statistical physics

Homework 2

first appeared on 21.4.2022, due 12.5.2022 by email to juraj.tekel@gmail.com

feel free to hand in solutions in slovak

Problem 1 (Monte Carlo každý uznáva). V tomto príklade bude vašou úlohou spočítať nejaké veci metódou Monte Carlo.

Ak chcem počítať $\langle f(x) \rangle$, môžem to robiť tak, že generujem hodnoty náhodnej veličiny x_i a počítam $\frac{1}{n} \sum_{i=0}^n f(x_i)$. Ak dobre vyberám x_i , táto suma v limite $n \rightarrow \infty$ konverguje k hľadanej strednej hodnote.

Našou náhodou premennou budú stavy spinov na $N \times N$ mriežke, ktoré interagujú so susednými spinmi štandardnou spinovou interakciou. A nebudeme uvažovať žiadne magnetické pole. Na generovanie stavov použijeme metropolisov algoritmus, v ktorom budeme testovací stav vyrábať tak, že náhodný zo spinov ručne otočíme naopak a zbehneme energetický test.

Uvažujte tri rôzne okrajové podmienky. Voľné okrajové podmienky, kde spiny na hranách mriežky interagujú iba s vedľajšími spinmi vo vnútri. A potom dva rôzne druhy okrajových podmienok

- torus, teda spin na kraji interaguje aj so sponom v rovnakom riadku/stĺpci, ale na opačnej strane
- a kleinova flaša, kde spiny v jednom smere interagujú tak ako predtým, ale v druhom smere štvorec otočíme o 180 stupňov. (Rozmyslite si, že v tomto prípade ale treba ešte okrem toho zmeniť znamienko spinovej interakcie.)

Vyšetrite, pre rôzne hodnoty N , správanie strednej energie a fluktuácii strednej energie v závislosti od teploty a typu okrajových podmienok.

Návod. Ak vám nebude niečo jasné alebo budete zaseknutí, smelo dojdite na konzultáciu.

Problem 2 (Air-hockey equation of state.). What is the equation of state for the two dimensional system of hard pucks of radius R in a box of size $L \times L$, which takes into account first non-trivial contribution of their interaction?

Problem 3 (Bonus. Hyper-hockey equation of state.). What is the equation of state four dimensional system of hard 4-spheres of radius R and a constant potential $-V_0$ when separated by less than xR in a box of size L^4 , which takes into account first non-trivial contribution of their interaction?