

# Vybrané kapitoly zo štatistickej fyziky

## Príklady z cvičenia - komentáre

cviko bolo 28.4.2022

kvantové plyny - bozóny

Akékoľvek otázky smelo smerujte na juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

### Hustota stavov

**Príklad 1** (■ Hustota stavov 1). Riešenie príkladu nájdete vo videu.

**Príklad 2** (Hustota stavov 2). Riešenie príkladu nájdete vo videu.

Pre klasickú a kvantovomechanickú časticu

$$g(E) = g_s \frac{V}{4\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} E^{1/2}, \quad (1)$$

a pre ultrarelativistickú časticu

$$g(E) = \frac{V}{2\pi^2 \hbar^3 c^3} E^2. \quad (2)$$

Faktor  $g_s$  za možnú energetickú degeneráciu.

**Príklad 3** (Hustota stavov 3). Rozdiel bude v objemovom elemente v priestore hybností, ktorý je

$$d^n p = dp p^{n-1} \Omega_n,$$

kde  $\Omega_n$  je veľkosť  $n - 1$  rozmerného povrchu  $n$  rozmernej gule. Ten sa dá spočítať alebo nájsť na wikipédii.

### Plyn bozónov

**Príklad 4** (■ Bozónová stavová rovnica). Riešenie príkladu nájdete vo videu a viac menej ste ho robili na prednáške.

**Príklad 5** (Druhá korekcia k stavovej rovnici). V rozvojoch z predchádzajúcej úlohy treba ísť o rád ďalej.

**Príklad 6** (Kvantová korekcia k tepelným kapacitám). Tu si treba spomenúť na to, aké všeobecné vzťahy sme dostali pre tepelné kapacity z termodynamických indentít a na zovšeobecný Mayerov vzťah. A potom už len využiť vzťahy pre entropiu ďalšie termodynamické veličiny bozónového plynu.

Niekde po ceste by ste mali naraziť napríklad na takýto výsledok

$$c_V = \frac{3}{4} k \left[ 5 \frac{g_{5/2}(z)}{g_{3/2}(z)} - 3 \frac{g_{3/2}(z)}{g_{1/2}(z)} \right],$$

prípadne na jeho modifikáciu ak ste už od začiatku počítali iba s korekciami do istého rádu.

**Príklad 7** (■ Plyn fotónov a žiarenie dokonale čierneho telesa). Riešenie príkladu nájdete vo videu a viac menej ste ho robili na prednáške.

### Bose-Einsteinova kondenzácia

**Príklad 8.**

**Príklad 9.** De Broglieho vlnová dĺžka hovorí, aký priestor daná častica zaberá v dôsledku svojich kvantovomechanických vlastností. Ak je vzdialenosť medzi časticami menšia, už ich z kvantovomechanického hľadiska nemožno považovať za oddelené objekty.

S trochu iného pohľadu to znamená, že škatuľa v ktorej sa častice nachádzajú je príliš malá a ako individuálne kvantovomechanické objekty sa častice do nej jednoducho nevmestia.

**Príklad 10.** Treba zopakovať výpočet z prednášky s inou hustotou stavou v dvojrozmernom prípade.

Ako výsledok by ste mali dostať v  $d$  rozmeroch

$$kT_c = \sqrt{2\pi} \frac{\hbar^2}{2m} \left[ \frac{2N}{\gamma C_{d-1} L^d I} \right]^{2/d},$$

kde  $C_d$  je povrch  $d$  rozmernej jednotkovej gule a

$$I = \int_0^\infty dx \frac{x^{d/2}}{e^x - 1}.$$

V dvojrozmernom prípade tento integrál diverguje a dostávame nulovú kritickú teplotu.

**Príklad 11.** Tento príklad bude na domácu úlohu.