

# Vybrané kapitoly zo štatistickej fyziky

## Domáca úloha 2

zadaná 7.5.2023

---

**Problem 1** (Monte Carlo každý uznáva). V tomto príklade bude vašou úlohou spočítať nejaké veci metódou Monte Carlo.

Ak chcem počítať  $\langle f(x) \rangle$ , môžem torobiť tak, že generujem hodnoty náhodnej veličiny  $x_i$  a počítam  $\frac{1}{n} \sum_{i=0}^n f(x_i)$ . Ak dobre vyberám  $x_i$ , táto suma v limite  $n \rightarrow \infty$  konverguje k hľadanej strednej hodnote.

Našou náhodou premennou budú stavy spinov na  $N \times N$  mriežke, ktoré interagujú zo susednými spinmi štandardnou spinovou interakciou. A nebudeme uvažovať žiadne magnetické pole. Na generovanie stavov použijeme metropolisov algoritmus, v ktorom budeme testovací stav vyrábať tak, že náhodný zo spinov ručne otočíme naopak a zbehneme energetický test.

Uvažujte tri rôzne okrajové podmienky. Voľné okrajové podmienky, kde spiny na hranách mriežky interagujú iba s vedľajšími spinmi vo vnútri. A potom dva rôzne druhy okrajových podmienok

- torus, teda spin na kraji interaguje aj so sponom v rovnakom riadku/stĺpci, ale na opačnej strane
- a kleinova flaša, kde spiny v jednom smere interagujú tak ako predtým, ale v druhom smere štvorec otočíme o 180 stupňov. (Rozmyslite si, že v tomto prípade ale treba ešte okrem toho zmeniť znamienko spinovej interakcie.)

Vyšetríte, pre rôzne hodnoty  $N$ , správanie strednej energie a fluktuácii strednej energie v závislosti od teploty a typu okrajových podmienok.

**Návod.** Ak vám nebude niečo jasné alebo budete zaseknutí, smelo dojdite na konzultáciu.

**Problem 2** (Hokejová stavová rovnica). Aká je statová rovnica pre dvojrozmerný systém tvrdých pukov polomeru  $R$  v škatuli s rozmermi  $L \times L$ , ktorá berie do úvahy prvý netriviálny príspevok od ich interakcie?

**Problem 3** (Hustota stavov). Aká je hustota stavov klasickej a ultra-relativistickej častice v dvoch a jednom rozmere?

**Problem 4 (Bonus.** Hyper-hokejová statová rovnica). Aká je stavová rovnica štvor-rozmerného systému tvrdých 4-sfére polomeru  $R$  a s konštantným potenciálom  $-V_0$  pre prípad, že sú dve sféry vo vzdialenosti menej ako  $xR$  (a nulovým pre väčšie vzdialenosti) škatuli veľkosti  $L^4$ , ktorá berie do úvahy prvý netriviálny príspevok od ich interakcie?