

Vybrané kapitoly zo štatistickej fyziky

Domáca úloha 2

zadaná 29. 4. 2025

Problem 1 (Monte Carlo každý uznáva). V tomto príklade bude vašou úlohou spočítať nejaké veci metódou Monte Carlo.

Ak chcem počítať $\langle f(x) \rangle$, môžem to robiť tak, že generujem hodnoty náhodnej veličiny x_i a počítam $\frac{1}{n} \sum_{i=0}^n f(x_i)$. Ak dobre vyberám x_i , táto suma v limite $n \rightarrow \infty$ konverguje k hľadanej strednej hodnote.

Našou náhodou premennou budú stavy spinov na $N \times N$ mriežke, ktoré interagujú zo susednými spinmi štandardnou spinovou interakciou. A nebudeme uvažovať žiadne magnetické pole. Na generovanie stavov použijeme metropolisov algoritmus, v ktorom budeme testovací stav vyrábať tak, že náhodný zo spinov ručne otočíme naopak a zbehneme energetický test.

Uvažujte tri rôzne okrajové podmienky. Voľné okrajové podmienky, kde spiny na hranách mriežky interagujú iba s vedľajšími spinmi vo vnútri. A potom dva rôzne druhy okrajových podmienok

- torus, teda spin na kraji interaguje aj so sponom v rovnakom riadku/stĺpci, ale na opačnej strane
- a kleinova flaša, kde spiny v jednom smere interagujú tak ako predtým, ale v druhom smere štvorec otočíme o 180 stupňov. (Rozmyslite si, že v tomto prípade ale treba ešte okrem toho zmeniť znamienko spinovej interakcie.)

Vyšetrite, pre rôzne hodnoty N , správanie strednej energie a fluktuácii strednej energie v závislosti od teploty a typu okrajových podmienok.

Návod. Ak vám nebude niečo jasné alebo budete zaseknutí, smelo dojdite na konzultáciu.

Problem 2 (Hokejová stavová rovnica). Aká je statová rovnica pre dvojrozmerný systém tvrdých pukov polomeru R v škatuli s rozmermi $L \times L$, ktorá berie do úvahy prvý netriviálny príspevok od ich interakcie?

Problem 3 (Hustota stavov). Aká je hustota stavov klasickej a ultra-relativistickej častice v dvoch a jednom rozmere?

Problem 4 (Bonus. Hyper-hokejová statová rovnica). Aká je stavová rovnica štvor-rozmerného systému tvrdých 4-sfére polomeru R a s konštantným potenciálom $-V_0$ pre prípad, že sú dve sféry vo vzdialenosti menej ako xR (a nulovým pre väčšie vzdialenosti) škatuli veľkosti L^4 , ktorá berie do úvahy prvý netriviálny príspevok od ich interakcie?