Vybrané kapitoly zo štatistickej fyziky
Príklady z cvičenia - návody a komentáre

cviko (ne)bolo 25. 2. 2025 *pravdepodobnosti a Bayesovská štatistika*

Akékoľvek otázky smelo smerujte na `juraj(a)tekel(b)gmail(c)com`

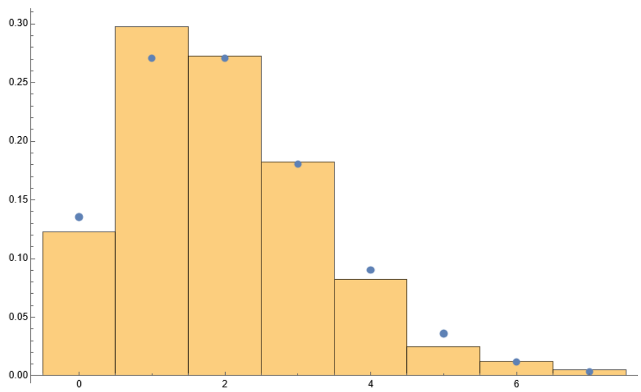
Príklad 1 (Pravdepodobnosti 1).

a. Podstatné je rozmyslieť si, že rozdelenie hustoty pravdepodobnosti pre čas príchodu najbližšieho auta je poissonovské úmerné $e^{-t/\tau}$. Odvodenie nájdete vo Vladových skriptách alebo si môžete rozmyslieť sami podelením intervalu $(0, t)$ na N kúskov a hľadaním pravdepodobnosti, že celý čas auto nepríde a potom na konci intervalu príde. Dopočítať tú strednú hodnotu je potom už malina.

b. Keď už máte explicitné rozdelenie pre autobusy aj pre autá, ostatné úlohy by už mali byť priamočiare. V tejto časti znie pre autá rozume výsledok

$$\frac{1}{e^2}\frac{2^n}{n!}$$

ktorý na obrázku vyzerá takto



Modré rozdelenie vyššie, žlté vygenerovaný histogram 400 desaťminútoviek.

c.

d.

Príklad 2 (Pravdepodobnosti 2). Zaujímavý výsledok, kde tá pravdepodobnosť bude divergovať pre x rovné amplitúde pohybu. Čo korešponduje s predstavou, že oscilátor strávi výrazne viac časti v okolí týchto bodov ako v okolí rovnovážnej polohy. Tadiaľ fičí maximálnou rýchlosťou, zatiaľ čo v okolí amplitúd ma nulovú okamžitú rýchlosť.

Príklad 3 (Rozdelenia pravdepodobnosti). Riešenie vo videu.

Príklad 4 (■ Rozdelenie v premennej x^2). Riešenie vo videu. Dôležitá myšlienka je nezabudnúť na element dt keď prepisujem $\rho(x)dx$ na $\tilde{\rho}(t)dt$.

Príklad 5 (Dvojrozmerný Gauss 1). Normujem tak, že najskôr preintegrujem cez x a výsledok preintegrujem cez y. Člen e^{-xy} mi bráni napísať rozdelenie ako $\rho_x\rho_y$ a teda premenné nie sú nezávislé.

Príklad 6 (■ Dvojrozmerný Gauss 2). Riešenie vo videu.

Príklad 7 (Multi-Gauss). Premenné x_i a x_j sú nezávislé vtedy, ak sa marginálne rozdelenie pre tieto dve premenné dá napísať ako $\rho_i\rho_j$. Keď si rozmyslíte ako vyzerá integrovanie gaussiánov tak to bude platiť pre tie dvojice i, j, pre ktoré $M_{ij} = 0$.

Príklad 8 (■ Binomické → Poisson). Riešenie vo videu.

Príklad 9 (■ Poisson → Gauss). Riešenie vo videu. Je dobré si rozmyslieť, ako sa vo výpočte pracuje s λ a kedy sa zoberie ktorý rád v rozvoji.

Príklad 10 (Náhodné generátory 1). Heslo je ïnverzná k primitívnej".

Príklad 11 (■ Generátor náhodného smeru). Je vo videu, bolo na prednáške, je takmer v každom texte o náhodných generátoroch. Vo všeobecnom prípade si treba nájsť sférické súradnice vo viacerých rozmeroch. Nedá sa ale zájsť analyticky úplne do konca, skúste si rozmyslieť ako by ste postupovali keby ste ten výsledok potrebovali pre nejaký konkrétny rozmer.

Príklad 12 (Náhodné generátory 2)**.** Vcelku priamočiare, niečo trochu podobné je na domácu úlohu.