

# Vybrané kapitoly zo štatistickej fyziky

## Príklady z cvičenia

cviko bolo 14.3.2023

termodynamické potenciály a aplikácie

Akékolvek otázky smelo smerujte na `juraj(a)tekel(b)gmail(c)com`

### Vlastnosti termodynamických potenciálov

**Príklad 1** (■ Maxwellove vzťahy - odvodzovátka 1). Z veľkej časti sa robilo na prednáške a je spravené vo videu.

**Príklad 2** (Identity pre derivácie - odvodzovátka 2). Odvodené na prednáške. Druhý zo vzťahov je vlastne prezlečená veta o implicitne danej funkcii, ktorá hovorí, že ak máme zadaný vzťah  $F(x, y) = 0$  a sú splnené nejaké predpoklady slušnosti, potom existuje funkcia  $y = f(x)$ , pre ktorej deriváciu platí

$$\frac{df}{dx} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}}.$$

### Aplikácie termodynamických vzťahov

**Príklad 3** (■ Ukážte, že). Vo všetkých takýchto úlohách je dôležité pamätať na to, že keď máme napísane, že čosi je funkcia nejakých dvoch premenných  $A(x, y)$ , ešte to neznamena, že  $x$  a  $y$  sú nezávislé. Jedna z nich, napríklad  $y$ , môže byť funkciou druhej a potom

$$\frac{dA(x, y(x))}{dx} = \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial y} \bigg|_x \cdot \frac{dy}{dx}.$$

Asi sa zide aj tvrdenie o vzťahu medzi tepelnými kapacitami a entropiu z nasledujúceho príkladu.

**Príklad 4** (Zovšeobecnený Mayerov vzťah).

- Pre vratné zmeny  $\delta Q = TdT$  a tepelná kapacita je  $\delta Q/dT$ .
- Vo výsledku sa budú objavovať iba response functions (funkcie odozvy) systému. Pri úpravách ich skúste hľadať, ak vám to nepôjde, sú to koeficient tepelnej rozťažnosti  $\alpha$ , ktorý

hovorí o relatívnej zmene objemu pri malej zmene teploty pri konštantnom tlaku, a koeficient stlačiteľnosti  $\beta$ , ktorý hovorí o relatívnej zmene objemu pri malej zmene tlaku pri konštantnej teplote. Ak sa vám nebude dariť z tohto opisu definície koeficientov vymyslieť, skúste ich vyhľadať.

c. Výpočet ukáže.

**Príklad 5** (Adiabatický dej top-to-bottom).

**Príklad 6** (■ Neideálny plyn). Úplné riešenie je vo videu.

**Príklad 7** (Van der Wallsov plyn). Nasledujúce tri príklady ilustrujú silu "odvodzovátok". Zo stavovej rovnice, tj. z niečoho, čo vieme získať v laboratóriu meraním makroskopických vlastností systému na základne kontrolovaných zmien, vieme určiť experimentálne nedostupné veličiny ako energia a entropia. Z nich budeme vedieť čosi povedať o mikroskopickkej fyzike v systéme použitím metód štatistickej fyziky.

**Príklad 8** (Dietericiho plyn).

**Príklad 9** (Neznáma hmota).

**Príklad 10** (Neznámy systém). Gibbsova voľná energia pre neznámy systém je daná vzťahom

$$G = RT \log \left( \frac{ap}{(RT)^{5/2}} \right). \quad (1)$$

Vypočítajte jeho tepelné kapacity a zistite, o aký systém ide.

**Príklad 11** (■ Termodynamika spinovej reťazky). Príklad najmä na ilustráciu toho, ako to funguje v situácii, keď nie je zovšeobecnenou silou tlak a zovšeobecnenou spradnicou objem. Riešenie vo videu.