

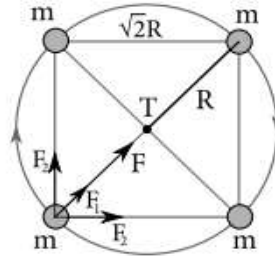
METÓDY RIEŠENIA FYZIKÁLNYCH ÚLOH 1 leto23 – Príklady 3

VZOROVÉ RIEŠENIA

Cvičenie 20.3.2023

Príklad 1

Planéty na seba navzájom pôsobia gravitačnými silami. Situácia je zjavne úplne stredovo súmerná, takže môžeme spočítať, aká sila pôsobí na ľubovoľnú z nich.



Protíhlá planéta sa nachádza vo vzdialenosti $2R$, preto pôsobí silou veľkosti $F_1 = \frac{Gm^2}{4R^2}$. Prilahlé planéty sa nachádzajú vo vzdialenosti $\sqrt{2}R$, preto budú pôsobiť silami veľkosti $F_2 = \frac{Gm^2}{2R^2}$. Zo symetrie úlohy je zrejmé, že výslednica síl od dvoch prilahlých planét bude smerovať do stredu, preto si ich rozložme do dostredného smeru a smeru naň kolmého. Kolmé zložky sa vybijú a prežijú iba dostredné zložky $\frac{1}{\sqrt{2}}F_2$.

Výsledná sila pôsobiaca na planétu teda bude

$$F = F_1 + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}F_2 = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \frac{Gm^2}{R^2}.$$

Táto sila spôsobuje pohyb po kružnici, čiže je dostredivou silou $F = m\omega^2 R$. Z rovnosti dostredivej a výslednej gravitačnej sily dostávame $\omega = \sqrt{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \frac{Gm}{R^3}}$. Z definície uhlovej rýchlosti $\omega = \frac{2\pi}{T}$ dopočítame periódu obehu planét

$$T = \frac{4\pi}{\sqrt{2\sqrt{2} + 1}} \sqrt{\frac{R^3}{Gm}}.$$

Príklad 2

Príklad 3

One can express the net radiative transfer, I_{net} , in terms of the left and right portions of the system.

$$I_R = \epsilon_L \sigma T_L^4 + (1 - \epsilon_L) I_L$$

$$I_L = \epsilon_R \sigma T_R^4 + (1 - \epsilon_R) I_R$$

$$I_{\text{net}} = I_R - I_L$$

By looking at the quantity $\epsilon_R I_R - \epsilon_L I_L$ and isolating $I_R - I_L$, one finds...

$$I_{\text{net}} = \frac{\epsilon_R \epsilon_L \sigma (T_L^4 - T_R^4)}{\epsilon_R + \epsilon_L - \epsilon_L \epsilon_R}$$

For the infinite series approach, consider the contribution from each sequence. That is,

$$I'_R = \epsilon_R \epsilon_L \sigma T_L^4 (1 + (1 - \epsilon_R)(1 - \epsilon_L) + ((1 - \epsilon_R)(1 - \epsilon_L))^2 + \dots)$$

and the same for I'_L . The infinite series term is just the geometric series with a value $(1 - (1 - \epsilon_R)(1 - \epsilon_L))^{-1}$. Therefore, the net effect is

$$I_{\text{net}} = \frac{\epsilon_R \epsilon_L \sigma (T_L^4 - T_R^4)}{1 - (1 - \epsilon_R)(1 - \epsilon_L)}$$

Which is the same as above.

Příklad 4

The linearity of Maxwell's equations allows us to find the magnetic field as a sum of two magnetic fields produced by two currents: A current with density

$$j_b = \frac{I}{\pi(b^2 - a^2)} \quad (1)$$

carried by the cylinder of radius b and a current with density

$$j_a = -j_b \quad (2)$$

carried by a cylinder of radius a . The sum of these two currents gives the current distribution in the considered structure. From Ampere's circuital law $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \frac{4\pi}{c} \int \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}$ one finds that the current carried by the cylinder of radius b produces a magnetic field at the center of the hole

$$H_b = \frac{2Id}{c(b^2 - a^2)}, \quad (3)$$

while the current carried by the cylinder of radius a produces no magnetic field at the center of the hole, $H_a = 0$. Therefore, the magnetic field at the center of the hole is

$$H = \frac{2Id}{c(b^2 - a^2)}. \quad (4)$$