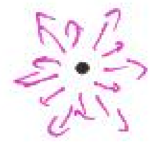
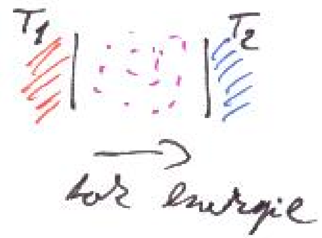
PRENOSOVÉ (TRANSPORTNÉ) JAVY V PLYNOCH

14.12.2020 (1)

- popisujú nerovnovážne stavy, popisujú cestu smerom k rovnováhe
  - ↳ napríklad hustota plynu $n(\vec{x},t)$, ktorá sa mení s časom
  - ↳ alebo $n(\vec{x},t)$ je konštantné, ale mení sa niečo iné
- nerovnováha umelo udržiavaná vonkajšími faktormi → zdroj častíc



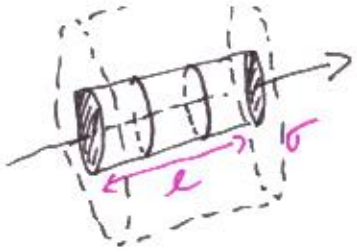
→ zdroj inej veličiny napr. energie



- nepôjde o žiadny uvedomelý pohyb častíc, dôsledok náhodného pohybu

ZRÁŽKY MEDZI ČASTICAMI

- plyn ⇔ guličky s polomerom R
- účinný prierez σ – vlastnosť častice, ktorá hovorí aká „veľká" je častica v zrážkach
  - ak iná častica prejde cez účinný prierez (svojím stredom, nie účinným prierezom), dôjde k zrážke
  - závisí od interakcie medzi časticami
    - ↳ pre biliardové gule $\sigma = \pi(2R^2) = \pi d^2$
- stredná voľná dráha l – priemerná vzdialenosť medzi dvomi zrážkami



→ l je také, aby v objemu $\sigma \cdot l$ byla v průměru jedna jiná částice

$$\sigma \cdot l = \frac{n\cancel{V}}{\cancel{N}} = \frac{1}{n} \Rightarrow \boxed{l = \frac{1}{n\sigma}}$$

hustota částic $n = \frac{N}{V}$

→ platí v přibližení $l \gg d$, kde d je velikost molekuly

- čas mezi dvěma srážkami – $\tau = \frac{l}{\bar{v}}$ → dá rychlost

τ

– my v počítáme střední kvadratickou rychlost → ale relativní

$$n\pi\langle \vec{v}_{rel}^{\,2} \rangle = \langle (\vec{v} - \vec{v}')^2 \rangle = \langle \vec{v}^2 \rangle + \langle \vec{v}'^2 \rangle - 2\underbrace{\langle \vec{v} \cdot \vec{v}' \rangle}_{=0} = 2\langle v^2 \rangle = 2\,\frac{3RT}{m}$$

$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} kT$

střední hodnota vůči Maxwellovu rozdělení

a tedy $$\boxed{\tau = \frac{1}{\pi\sigma}\sqrt{\frac{m}{6RT}}}$$

DIFÚZIA

- vyrovnávanie koncentrácie častíc medzi miestami s rôznou koncentráciou
- dôsledok náhodného pohybu častíc
- popisuje ju difúzna rovnica, ktorá je deterministický vývoj $n(\vec{x}, t)$

• Tok častíc cez rozhranie s rôznou koncentráciou

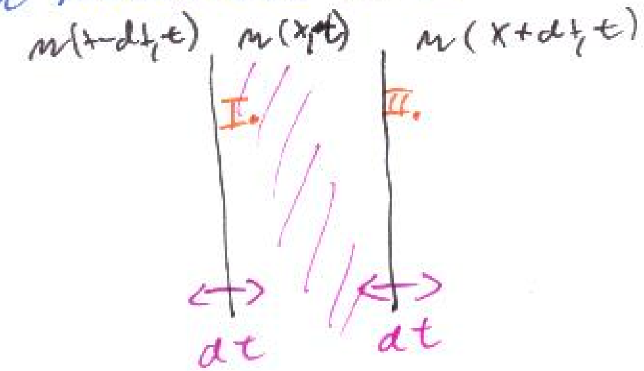
$$dn = dn_+ - dn_- \sim n(x) - n(x+dx) = n(x) - n(x) - \frac{\partial n}{\partial x}\cdot dx$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{dn = k\cdot\left(-\frac{\partial n}{\partial x}\right)\cdot dt}$$

← na dx sa zoberie + a absorbuje sa do konštanty k

• Zmena koncentrácie častíc v malom objeme



$$dn = k\left(-\frac{\partial n}{\partial x}\Big|_I\right) dt + (-k)\left(-\frac{\partial n}{\partial x}\Big|_{II}\right) dt$$

$$= k\cdot dt\left(\frac{\partial n}{\partial x}\Big|_{II} - \frac{\partial n}{\partial x}\Big|_{I}\right) =$$

$$\frac{n(x+dx,t) - n(x,t)}{dx} - \frac{n(x,t) - n(x-dx,t)}{dx}$$

$$n(x) + \frac{\partial n}{\partial x}dx + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}dx^2$$

← tok i to dx prejde do konštanty D

dostaneme $\frac{dn}{dt} = k \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \cdot dx \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}}$

difúzna rovnica

- hustota n v čase je daná druhou priestorovou deriváciou
- koeficient D sa popisuje vlastnosti prostredia a rýchlosť difúzie
- riešenie pre počiatočnú podmienku $n(x,0) = N\,\delta(x)$ ← všetky častice v počiatku

je $\boxed{n(x,t) = N \frac{1}{\sqrt{4\pi D t}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}}}$

- ako D závisí od l, τ? z rozmerovej úvahy $D \sim \frac{l^2}{\tau} = l \cdot v$

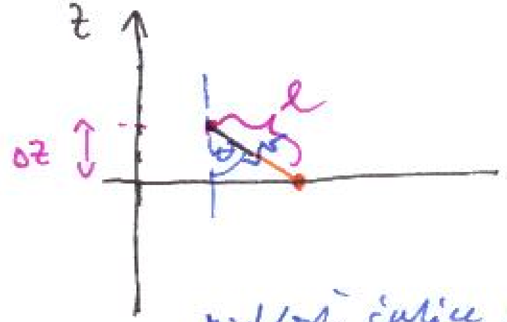
↳ presnejšie sa dá určiť pozorovaním a náhodným kráčaním

$\boxed{D = \frac{l^2}{2d\tau}}$

↑ počet rozmerov

VEDENIE TEPLA

- hustota častíc sa v čase nemení, častice prenášajú energiu



← študujem tok energie cez túto plochu

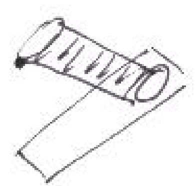
rýchlosť častice bola $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$

• ak počet častíc za jednotkový čas a na plochu narazí do mojej študovanej plochy

rýchlosťou v $\vec{v}$ podobnou $= n\, f(\vec{v})\, v_z\, d^3\vec{v}$

(Maxwellovo rozdelenie rýchlostí → $f(\vec{v})$)

↳ čím je v_z väčšie, tým viac molekúl s daným v_z prejde cez túto plochu



• koľko energie odovzdá jedna častica → má energiu $E(z+\Delta z)$, odchádza s energiou $E(z)$ } $\Delta E = E(z+\Delta z) - E(z) = \frac{\partial E}{\partial z} \cdot \Delta z$

predpokladám, že $E(z) = \frac{3}{2} k T(z)$ $\Rightarrow$ $\Delta E = \frac{3}{2} k \frac{\partial T}{\partial z} \cdot \Delta z$

↳ energia, ktorú prenesie jedna ~~[illegible]~~ zrážka

• a teraz potrebujeme vziať tok energie q

$$q = \int \Delta E \cdot n f(\vec{v})\, v_z\, d^3\vec{v}$$

(ΔE ← energia pri jednej zrážke; $\int$ ← súčet cez rýchlosti; $n f(\vec{v})\, v_z$ ← # zrážok pri danej rýchlosti)

$$q = \int d^3\vec{v}\, m\, \Delta E\, v_z\, f(\vec{v}) = \int d^3\vec{v} \cdot \frac{3}{2} k \frac{dT}{dz} \Delta z\, v_z\, f(\vec{v}) =$$

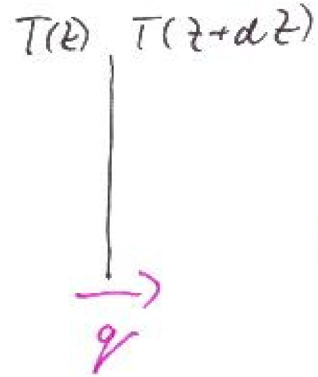
$\Delta z \to l \cos\theta$, $v_z \to -v\cos\theta$

$$= m \frac{3}{2} k \frac{dT}{dz} l \int_0^\infty dv\, v^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0 d\theta \sin\theta\; v\, f(\vec{v}) (-\cos^2\theta) =$$

dôležité rozmyslieť – zahrnie častice ktoré prenášajú energiu zdola nahor (π)

$$= m \frac{3}{2} k \frac{dT}{dz} l \left[\int_0^\infty dv\, v^2\, v\, f(\vec{v})\right] \left[\int_0^{2\pi} d\varphi\right] \left[\int_0^{\pi} d\theta \sin\theta (-\cos^2\theta)\right] \Rightarrow$$

$$\left[\ldots\right] = \frac{\langle |v| \rangle}{4\pi}, \quad \left[\ldots\right] = 2\pi, \quad \left[\ldots\right] = \left(-\frac{2}{3}\right)$$



$$\Rightarrow \boxed{q = -\frac{1}{2} k m l \langle |v| \rangle \frac{dT}{dz}}$$

• Toto udáva koef. vedenia tepla κ

$$\boxed{\kappa = \frac{1}{3} \left(\frac{3}{2} m k\right) l \langle |v| \rangle}$$

$\left(\frac{3}{2} m k\right) \to c_V$ → merná tepelná kapacita plynu