

# Štatistická fyzika a termodynamika

## Skúšková písomka

22.1.2019

Písomka sa končí o **11:30**+ $\varepsilon$ .

**Príklady** sú regulárnou časťou písomnej skúšky. Každý príklad je za rovnaký počet bodov, spolu za maximálne **35 bodov**.

**Bonusové príklady** sú nad rámec regulárnej písomnej skúšky a majú neštandardné zameranie alebo obťažnosť. Každý z príkladov je za uvedený počet bodov a získané body sa môžu počítať k ústnej časti skúšky, ale s regulárnymi príkladmi sa k písomnej skúške **nekombinujú**.

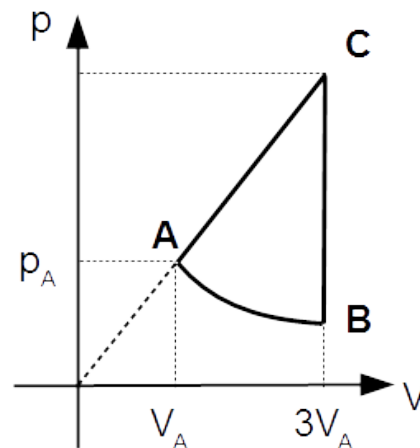
**Príklad 1.** Tento príklad má dve nezávislé časti.

- Veličina vzniká ako súčet dvoch nezávislých náhodných veličín, jedna rovnomerne rozdelená na intervale  $(0, a)$ , druhá rovnomerne rozdelená na intervale  $(0, b)$ . Aká je stredná hodnota a stredná kvadratická odchýlka tejto veličiny?
- V nádobe o objeme  $1\text{ l}$  je  $1\text{ g}$  kyslíka a  $1\text{ g}$  dusíka pri tlaku  $100\text{ kPa}$ . Aká je teplota tejto zmesi? Odpoveď stačí s presnosťou, pri ktorej je  $R = 8\text{ J/mol/K}$ . Atómové číslo kyslíka je 16, atómové číslo dusíka je 14.

**Príklad 2.** Majme  $n$  molov jednoatómového ideálneho plynu ako médium v procese ako na obrázku. Úsek AB je izoterma.

- Vyjadrite tlak, teplotu a objem plynu vo všetkých koncových bodoch úsekov kruhového deja pomocou zadaných hodnôt  $p_A, V_A$ .
- Ktorým smerom musí kruhový dej bežať aby premieňal teplo na prácu a nefungoval ako chladnička? Prečo?
- Na ktorých úsekoch kruhového deja plyn prijíma teplo? Prečo?
- Na ktorých úsekoch plyn koná prácu? Prečo?
- Pre každý úsek vypočítajte pre plyn dodané teplo, vykonanú prácu a zmenu entropie medzi začiatočným a koncovým bodom.

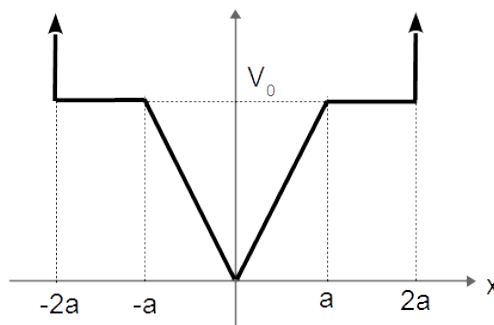
f. Aká je účinnosť tohto stroja?



**Príklad 3** (V tomto príklade nemusíte uvažovať žiadnu obskúrnú kvantovú mechaniku). Majme plyn  $N$  častíc, ktoré sa nachádzajú v potenciály ako na obrázku. Plyn je pri teplote  $T$ .

- Napíšte hustotu pravdepodobnosti nájsť časticu s rýchlosťou  $v$  v mieste  $x$ . Ako vyzerá rozdelenie iba pre premennú  $x$ ?
- Kde sa častice v priemere nachádzajú a aká je ich disperzia okolo tejto hodnoty?
- Aká časť častíc sa nachádza v jame v strede úsečky?

d. Ako vyzerá limita  $T \rightarrow 0$  a  $T \rightarrow \infty$  predchádzajúcich výsledkov?



**Príklad 4.** Majme jednorozmerný kvantový systém s tromi energetickými hladinami s energiami  $-E, 0, +E$ .

- Aká je jeho štatistická suma v kanonickom súbore pri teplote  $T$ ?

Majme  $N$  rozlíšiteľných systémov tohto druhu, stále pri teplote  $T$ .

- Aká je ich stredná energia?
- Aká je ich tepelná kapacita? Overte, že platí  $\Delta E = kT^2 C_V$ .
- Aká je ich entropia?

**Príklad 5.** Majme tri častice, z ktorých sa každá môže nachádzať v jednom z štyroch stavov s energiami  $0, \Delta, 2\Delta, 3\Delta$ , všetky nedegenerované. Napíšte štatistickú sumu pre tento systém v prípade, že častice spĺňajú

- klasickú štatistiku a sú rozlíšiteľné,
- Fermi-Dirackovu štatistiku,
- Bose-Einsteinovu štatistiku,
- modifikovanú (Blažekovu) štatistiku, pri ktorej môže byť v jednočasticovom stave jedna častica, dve častice za cenu nárastu energie o  $\varepsilon$  a viac častíc nie.

**Bonusový Príklad 1** (3 body). V krabici s objemom  $V$  majme  $N$  častíc ideálneho plynu. Pozrime sa teraz v náhodnom momente na náhodný kus krabice s objemom  $V/N$ . S akou pravdepodobnosťou v ňom nebude žiadna častica?

**Bonusový Príklad 2** (5 bodov). Majme dve nádoby s ideálnym jednoatómovým plynom, v ktorých rovnaký tlak a počet častíc, ale rôzne teploty a majú rôzne objemy  $T_1, T_2$ , resp.  $V_1, V_2$ . Tieto dve nádoby spojíme a dovolíme sa plynom zmiešať. Vypočítajte zmenu entropie po dosiahnutí rovnováhy.

**Bonusový Príklad 3** (8 bodov). Majme Carnotov stroj s ohrievačom počiatkovej teploty  $T_+$  a chladičom počiatkovej teploty  $T_-$ . Avšak oba tieto objekty sú konečné a majú tepelnú kapacitu  $C$ , čo znamená že pri behu stroja sa ich teploty budú približovať, až kým sa nevyrovnajú. Aká bude

- výsledná teplota oboch telies,
- práca, ktorú počas svojej životnosti stroj vykoná,
- jeho účinnosť?

**Bonusový Príklad 4** (4 body). Skúste svoje porozumenie Termodynamike a Štatickej fyzike prezentovať aj inak. Vymyslite termodynamické meme. Môžete použiť niektoré z týchto, alebo ak máte iné obľúbené smelo ho využite.

Ak nie je takýto druh zábavy váš šialok kávy, nakreslite komix, napíšte vtip, básničku, bájku, pesničku. Nemusí ísť nutne o zábavu, môže byť vážne. Malo by to ale prezentovať vaše porozumenie preberanej látke nad rámec naučených poučiek a prepočítaných príkladov.

Alebo kludne nechajte tento príklad tak. Predsa len je to iba bonus.

