Úvod do teórie strún

Domaca Úloha 1

Akékoľvek otázky smelo smerujte na
`juraj(a)tekel(b)gmail(c)com`

Aktualizovaná 22. februára 2024 *Odovzdať najneskôr 29. 2. 2024*

Príklad 1. Ukážte, že z Lagrangiánu v účinku pre bodovú časticu

$$S = -m \int dt \sqrt{1 - \frac{d\vec{x}}{dt} \cdot \frac{d\vec{x}}{dt}}$$

dostaneme očakávaný tvar hybnosti a energie.

Nájdite kanonicky združené hybnosti k premenným X^μ v účinku

$$S = -m \int d\tau \sqrt{-\dot{X} \cdot \dot{X}}$$

a ukážte, že nie sú všetky 4 nezávislé.

Príklad 2. Majme účinok pre polia $X^\mu(\tau)$ a $e(\tau)$. Z účinku

$$S = -\frac{1}{2} \int d\tau \left(e^{-1} \dot{X} \cdot \dot{X} - e m^2 \right)$$

odvoďte pohybovú rovnicu pre pole e. Ukážte potom, že s použitím tejto rovnice prejde účinok na pôvodnú verziu účinku pre bodovú relativistickú časticu v odmocninovom tvare z predchádzajúcej úlohy. Tiež ukážte, že "pohybová" rovnica pre e je ekvivalentná väzbe na kanonické hybnosti z tej istej úlohy.

Príklad 3. Majme Nambu-Goto účinok

$$S = -T \int d^2\sigma \sqrt{-(\dot{X} \cdot \dot{X})(X' \cdot X') + (\dot{X} \dot{X}')^2} \; .$$

Zapíšte tento účinok v súradniciach na svetoploche (kalibrácií), v ktorých $\tau = t/R$ a v sústave[1], kde je okamžitá rýchlosť struny $\frac{d\vec{x}}{dt} = 0$ a ukláže, že z tohoto zápisu môžeme usúdiť, že poteciálna energia struny je

$$T \times \text{dĺžka struny} \; .$$

Ukážte, že v jednotkách $c = \hbar = 1$ je rozmer napätia m^2 a teda očakávame, že

$$T \sim \frac{1}{l_p^2} \; .$$

---

[1] R je konštanta, ktorá robí τ bezrozmerným, ale nič od nej nebude závisieť