Úvod do teórie strún
Domaca Úloha 2

Akékoľvek otázky smelo smerujte na
`juraj(a)tekel(b)gmail(c)com`

Aktualizovaná 2. marca 2024 *Odovzdať najneskôr 7. 3. 2024*

Príklad 1 (Stringo)**.** Zájdite na archív prezentácií z konferencie Strings 2023 a jednu podľa svojho uváženia si pozrite. Zapisujte si slová, koncepty, termíny a podobné veci, o ktorých ste zatiaľ nikdy nepočuli. Ideálne by bolo, ak by ste ich našli 25 a zoradili si ich do peknej 5×5 tabuľky. Však viete na čo :)

Príklad 2 (Resty z prednášky)**.** Na prednáške sa objavili nejaké veci s komentárom, že keď človek spraví toto takto tak potom dostane toto. Vašou úlohou bude tieto veci skutočne aj spraviť.

- Z Polyiakovho účinku[1]
$$S = -\frac{T}{2}\int d^2\sigma\sqrt{-g}\,g^{\alpha\beta}\partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\nu \eta_{\mu\nu}$$
explicitnou variáciou metriky a využitím
$$g^{\alpha\beta}g_{\alpha\beta} = 2 \;\Rightarrow\; \delta g^{\alpha\beta}\,g_{\alpha\beta} = -g^{\alpha\beta}\delta g_{\alpha\beta} \;\Rightarrow\; \delta g = -g\,g_{\alpha\beta}\delta g^{\alpha\beta}$$
nájdite pohybovú rovnicu pre $g_{\alpha\beta}$. Ukážte, že jej použitím vedie tento účinok späť k NG účinku.
- Dosaďte riešenia $X^\mu_{L/R}(\sigma^\pm)$ do podmienky $(\partial_\pm X)^2 = 0$ a odvoďte podmienky pre koeficienty $\alpha^\mu_n, \tilde{\alpha}^\mu_i$. Tiež ukážte, aký vzťah musia teito koeficienty spĺňať, ak má byť riešenie X vždy reálne.
- Z podmienok pre L_0 a $\tilde{L}_0$ odvoďte vzťah pre hmotnosť (excitovanej) struny.

Príklad 3 (Niekoľko pohybov struny)**.** V tejto úlohe sa pozrieme na niekoľko rôznych pohybov uzavretých strún.

- Majme strunu, ktorej pohyb je daný nasledovne
$$X^0 = R\tau\ ,\ (X^1)^2 + (X^2)^2 \equiv r = R\cos\tau\ ,\ X^i = 0, \forall i > 2\ .$$
Nájdite zodpovedajúce koeficienty $\alpha, \tilde{\alpha}$, ukážte, že spĺňajú požadované podmienky a nájdite hmotnosť takejto struny.
- Majme strunu, ktorej pohyb je daný nasledovne
$$X^0 = R\tau\ ,\ X^1 = R\cos\sigma\,\cos\tau\ ,\ X^2 = R\cos\sigma\,\sin\tau\ ,\ X^i = 0, \forall i > 2\ .$$
Nájdite zodpovedajúce koeficienty $\alpha, \tilde{\alpha}$, ukážte, že spĺňajú požadované podmienky a nájdite hmotnosť takejto struny.

---

[1] Na prednáške chýbala dvojka v definícii tohto účinku, v tomto výpočte by ste odhalili, že sa NG a P účinky nezhodujú faktorom 2. To nemení pohybové rovnice, ale malo by to vplyv na veci ako zachovávajúce sa veličiny.

- Majme strunu, ktorej pohyb je daný nasledovne

$$X^0 = R\tau \ , \ X^1 = R\cos\sigma\,\cos\tau \ , \ X^2 = R\cos 2\sigma\,\sin 2\tau \ , \ X^i = 0, \forall i > 2 \ .$$

  Nájdite zodpovedajúce koeficienty $\alpha, \tilde{\alpha}$ a ukážte, že nesplĺňajú požadované podmienky.

Príklad 4 (Kalibračná úloha.). *Nie som si istý, koľko času vám tieto veci zaberajú. Je to predsalen výberový predmet a nemá byť cielom aby ste zabili týmito úlohami hrozne veľa času. Tak nechávam na vás, či máte pocit, že pre riešenie tejto úlohy v rámci kreditovej dotácie predmetu máte ešte čas.*

Ako sme povedali na prednáške, na účinok pre strunu sa dá pozerať ako na dvojrozmernú teóriu D skalárnych polí. Nájdite zovšeobecnené hybnosti $P^\mu(\tau,\sigma)$ zodpovedajúce súraniciam/poliam X^μ.

Klasická teória poľa je potom daná Poissonovymi zátvorkami

$$\begin{aligned} \left\{P^\mu(\tau,\sigma), X^\mu(\tau,\sigma')\right\} &= \eta^{\mu\nu}\delta(\sigma-\sigma') \ , \\ \left\{X^\mu(\tau,\sigma), X^\nu(\tau,\sigma')\right\} &= 0 \ , \\ \left\{P^\mu(\tau,\sigma), P^\nu(\tau,\sigma')\right\} &= 0 \ . \end{aligned}$$

Ukážte, že tieto podmienky vedú na nasledovné Poissonove zátvorky pre koeficienty $\alpha, \tilde{\alpha}$ a x, p

$$\begin{aligned} \{p^\mu, x^\mu\} &= i\,\eta^{\mu\nu} \ , \\ \{a^\mu_m, a^\nu_n\} &= i\,m\,\eta^{\mu\nu}\,\delta_{m+n,0} \ , \\ \{\tilde{a}^\mu_m, \tilde{a}^\nu_n\} &= i\,m\,\eta^{\mu\nu}\,\delta_{m+n,0} \ , \\ \{a^\mu_m, \tilde{a}^\nu_n\} &= 0 \ . \end{aligned}$$

Aké sú potom Poissonove zátvorky všetkých objektov L a $\tilde{L}$?