Úvod do teórie strún
Domaca Úloha 3

Akékoľvek otázky smelo smerujte na
`juraj(a)tekel(b)gmail(c)com`

Aktualizovaná 10. marca 2024 *Odovzdať najneskôr 14. 3. 2024*

Táto sada je trochu menej objemná do počtu úloh. Nová je iba jedna, jedna je opakovanie dôležitej úlohy z minulej sady. Nemusí byť každé zadanie maratón, kludne si vydýchnite trochu tento týždeň.

Príklad 1 (Poissonove zátvorky.). Ako sme povedali na prednáške, na účinok pre strunu sa dá pozerať ako na dvojrozmernú teóriu D skalárnych polí. Nájdite zovšeobecnené hybnosti $P^\mu(\tau,\sigma)$ zodpovedajúce súraniciam/poliam X^μ.

Klasická teória poľa je potom daná Poissonovymi zátvorkami

$$\begin{aligned} \left\{P^\mu(\tau,\sigma), X^\mu(\tau,\sigma')\right\} &= \eta^{\mu\nu}\delta(\sigma-\sigma')\ , \\ \left\{X^\mu(\tau,\sigma), X^\nu(\tau,\sigma')\right\} &= 0\ , \\ \left\{P^\mu(\tau,\sigma), P^\nu(\tau,\sigma')\right\} &= 0\ . \end{aligned}$$

Ukážte, že tieto podmienky vedú na nasledovné Poissonove zátvorky pre koeficienty $\alpha, \tilde\alpha$ a x, p

$$\begin{aligned} \{p^\mu, x^\mu\} &= \eta^{\mu\nu}\ , \\ \{a^\mu_m, a^\nu_n\} &= i\, m\, \eta^{\mu\nu}\, \delta_{m+n,0}\ , \\ \{\tilde a^\mu_m, \tilde a^\nu_n\} &= i\, m\, \eta^{\mu\nu}\, \delta_{m+n,0}\ , \\ \{a^\mu_m, \tilde a^\nu_n\} &= 0\ . \end{aligned}$$

Aké sú potom Poissonove zátvorky všetkých objektov L a $\tilde L$?

Príklad 2 (Hmotnosti vo svetelných súradniciach). Spomeňte si na vyhadrenie riešenia klasickej pohybovej rovnice v tvare

$$\begin{aligned} X^i(\tau,\sigma) &= X^i_L(\sigma^+) + X^i_R(\sigma^-)\ ,\ i = 1,\dots,D-2 \\ X^i_L &= \frac{1}{2}x^i + \frac{1}{2}\alpha' p^i \sigma^+ + i\sqrt{\frac{\alpha'}{2}}\sum_{n\neq 0}\frac{1}{n}\tilde\alpha^i_n e^{-in\sigma^+} \\ X^i_R &= \frac{1}{2}x^i + \frac{1}{2}\alpha' p^i \sigma^- + i\sqrt{\frac{\alpha'}{2}}\sum_{n\neq 0}\frac{1}{n}\alpha^i_n e^{-in\sigma^-} \\ X^+(\tau,\sigma) &= x^+ + \alpha' p^+ \tau\ . \end{aligned}$$

Uvažujte podobný rozvoj ako pre X^i aj pre X^+ a ukážte, že až na jednu integračnú konštantu je kompletne daný pohybovou rovnicou $\partial_+\partial_- X^-$. Nájdite vyjadrenie koeficientov $\alpha^-_n, \tilde\alpha^-_n$ v termínoch $\alpha^i_n, \tilde\alpha^i_n$ a p^+ pre $n \neq 0$.

Rozmyslite si, ako vyzerá vyjadrenie pre M^2 vo svetelných súradniciach a z podmienky pre p^- nájdite vzťah pre hmotnosť excitovanej struny v termínoch $\alpha^i_n, \tilde\alpha^i_n$.