

Úvod do teórie strún

Domaca Úloha 4 a 5

Akkoľvek otázka smerujte na
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

Aktualizovaná 23. marca 2024

Odovzdať najneskôr 11. 3. 2024

Príklad 1 (Hybnosť a moment hybnosti pre strunu). Ako sme videli, účinok pre strunu je invariantný pri globálnej transformácii

$$X^\mu \rightarrow \Lambda^\mu_\nu X^\nu + c^\mu ,$$

kde c^μ je konštantný vektor a Λ je matica Lorentzovej transformácie. Ukážte, že zachovávajúce sa prúdy su pre posunutia

$$P_\mu^\alpha = T \partial^\alpha X_\mu$$

a pre rotácie a boosty

$$J_{\mu\nu}^a = P_\mu^\alpha X_\nu - P_\nu^\alpha X_\mu$$

a overte, že sa pre riešenia spĺňajúce pohybové rovnice zachovávajú. Nájdite z nich zachovávajúce sa náboje a zistite, ako vyzerajú pri vyjadrení riešení riešené skrz x, p a módy $\alpha, \tilde{\alpha}$.

Návod. Rozmyslite si, ako vyzerá infinitizemálna transformácia a že pre ňu musí platiť, že variácia účinku sa musí dať napísať ako

$$\delta S = \int d^\sigma J^\alpha \partial_\alpha \varepsilon ,$$

kde ε je malý paramater charakterizujúci transformáciu.

Príklad 2 (Pohyb otvorenej struny). V statickej kalibrácii $X^0 = R\tau$ ukážte použitím kalibračných väzieb a okrajovej podmienky, že konce otvorenej struny sa pohybujú rýchlosťou svetla.

Príklad 3 (Otvor bránu, lebo ju rozbijem). Majme $p + 1$ rozmernú bránu, ktorej sveto-objem je vložený do D rozmerného časopriestoru pomocou D funkcií X^μ $p + 1$ premenných $\sigma = (\tau, \sigma^1, \dots, \sigma^p)$. Rozmyslite si, že rozumným zovšeobecnením účinku pre takýto objekt je

$$S = -T_p \int d^{p+1} \sigma \sqrt{-\det \partial_\alpha X \cdot \partial_\beta X} .$$

Ukážte, že pre vhodnú voľbu parametra Λ_p je tento účinok ekvivalentný účinku

$$S = -\frac{T_p}{2} \int d^{p+1} \sigma \sqrt{-\gamma} \gamma^{\alpha\beta} \partial_\alpha X \cdot \partial_\beta X + \Lambda_p \int d^{p+1} \sigma \sqrt{-\gamma} .$$

Rozmyslite si, že vo vhodnej kalibrácii existuje riešenie pohybových rovníc, ktoré má tvar

$$X^a = 0 , \quad a = 0, \dots, p \quad , \quad X^I = 2\pi\alpha' \phi^I(\sigma) , \quad I = p + 1, \dots, D - 1$$

je konečnou rovnou bránou s výchylkami danými funkciami σ^I .

Príklad 4 (Tenzor energie-hybnosti pre voľné skalárne pole). Majme účinok skalárneho poľa v dvojrozmernom euklidovskom priestore

$$S = \frac{1}{4\pi\alpha'} \int d^2\sigma \partial_\alpha X \partial^\alpha X .$$

Nájdite vzťah pre $T_{\alpha\beta}$ z definície

$$T_{\alpha\beta} = -\frac{4}{\sqrt{g}} \frac{\partial S}{\partial g^{\alpha\beta}} .$$

Nájdite tiež vzťah pre T v komplexných súradniciach z, \bar{z} a ukážte, že pre riešenie $X(z, \bar{z}) = X(z) + \bar{X}(\bar{z})$ je zz komponent T holomorfný a $\bar{z}\bar{z}$ komponent antiholomorfný.