

# Úvod do teórie strún

## Domaca Úloha 6 a 7

Akékoľvek otázky smelo smerujte na  
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

Aktualizovaná 7. mája 2024

Odovzdať najneskôr 25. 6. 2024

**Príklad 1** (Primárne operátory pre skalárne polia). Ukážte, že pre skalárnu teóriu poľa s nulovou hmotnosťou je pole  $\partial X$  primárne s váhami  $h = 1$  a  $\tilde{h} = 0$ . Ukážte, v tom istom prípade je pole  $e^{ikX}$  primárne s váhami  $h = \tilde{h} = \alpha'k^2/4$ .

**Príklad 2** (Casimirova energia). Ukážte, že pri konformnej transformácii  $z \rightarrow \tilde{z}(z)$  sa mení tenzor energie-hybnosti nasledovne

$$\tilde{T}(\tilde{z}) = \left(\frac{\partial\tilde{z}}{\partial z}\right)^{-2} \left[T(z) - \frac{c}{12}S(\tilde{z}, z)\right]$$

kde  $S$  je Schwartzian daný vzťahom

$$S(\tilde{z}, z) = \left(\frac{\partial^3\tilde{z}}{\partial z^3}\right) \left(\frac{\partial\tilde{z}}{\partial z}\right)^{-1} - \frac{3}{2} \left(\frac{\partial^2\tilde{z}}{\partial z^2}\right) \left(\frac{\partial\tilde{z}}{\partial z}\right)^{-2}.$$

Majme teraz konformnú transformáciu medzi valcom a rovinou ako na prednáške  $z = e^{-i(\sigma+i\tau)}$ . Na čo vedie predchádzajúci vzťah v tomto prípade? Ak máme v rovine teóriu s nulovou energiou základného stavu, na akú energiu to vedie pre teóriu na valci?

**Príklad 3** (Virasorova algebra a centrálny náboj). Spomente si na definíciu  $L_n$  a  $\tilde{L}_n$  ako koeficienty rozvoja tenzora energie-hybnosti do Laurentovho radu a na  $TT$  respť  $\tilde{T}\tilde{T}$  OPE. Odvodte z týchto vedomostí nasledujúci komutačný vzťah

$$[L_m, L_n] = (m - n)L_{m+n} + \frac{c}{12}m(m^2 - 1)\delta_{m+n,0}$$

a analogický vzťah pre  $\tilde{L}$ .