

Základy fyziky (1) - Domaca Úloha 4

Akéoľvek otázky smelo smerujte na
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com
Odovzdať najneskôr 22.10.2020

Ako býva zvykom, vyberte si dva príklady a spočítajte ich. Zvyšné dva potom ako bonus.

Príklad 1. Pre vektorové pole $\vec{F} = (-y, x, 0)$ vypočítajte krivkový integrál

$$\oint_{x^2+y^2=1} d\vec{x} \cdot \vec{F}$$

po jednotkovej kružnici. Potom vypočítajte plošný integrál

$$\int_{x^2+y^2 \leq 1} d\vec{S} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{F})$$

cez jednotkový kruh a overte, že dostanete rovnaký výsledok.

Príklad 2. Ukážte, že z vyjadrenia x, y v polárnych súradniciach

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta$$

dostaneme vzťah pre zrýchlenie

$$\ddot{\vec{x}} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta}.$$

Príklad 3. Rozmyslite si, že pre gravitačnú silu

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r},$$

platí v polárnych súradniciach roviny, v ktorej sa teleso pohybuje, pre moment hybnosti

$$L = mr^2\dot{\theta}$$

a pre energiu

$$E = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) - \frac{GMm}{r}.$$