

# Základy fyziky (1) - Cvičenie 8

Akokoľvek otázky smelo smerujte na  
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

Cvičenie bolo 19.11.2020

$$I_{ab} = \sum m_i [(\vec{x}_i \cdot \vec{x}_i) \delta_{ab} - \vec{x}_{ia} \vec{x}_{ib}]$$

$$\omega_1 = \dot{\phi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi$$

$$\omega_2 = \dot{\phi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi$$

$$\omega_3 = \dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta$$

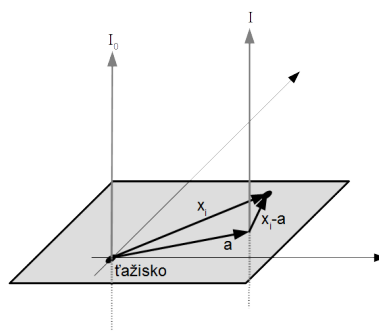
$$I_1 \dot{\omega}_1 + \omega_2 \omega_3 (I_2 - I_3) = M_1$$

$$I_2 \dot{\omega}_2 + \omega_3 \omega_1 (I_3 - I_1) = M_2$$

$$I_3 \dot{\omega}_3 + \omega_1 \omega_2 (I_1 - I_2) = M_3$$

**Príklad 1** (Steinerova veta). Majme teleso, ktoré má okolo osi prechádzajúcej ťažiskom moment zotrvačnosti  $I_0$ . Ukáže, že okolo novej osi, ktorá je s tou pôvodnou rovnobežná a nachádza sa vo vzdialenosti  $a$ , má moment zotrvačnosti

$$I = I_0 + ma^2 .$$



**Príklad 2.** Nájdite pohybovú rovnicu matematického kyvadla, t.j. jedného hmotného bodu na závese dĺžky  $l$  v homogénnom gravitačnom poli.

**Príklad 3** (Fyzikálne kyvadlo). Paličku zavesíme za jeden koniec a necháme kmitať v homogénnom gravitačnom poli. S akou periódou to bude? Ako to vyzerá pre všeobecné teleso, ktoré je zavesené za bod mimo jeho ťažiska?

**Príklad 4.** Valec položíme na naklonenú rovinu a necháme ho bez prešmykovania kotúľať nadol. Aké bude jeho zrýchlenie?

**Príklad 5.** Rolku toaletného papiera chytíme za koniec a uvoľníme. S akým zrýchlením sa bude pohybovať tesne po uvoľnení?

**Príklad 6.** Nájdite maticu momentu zotrvačnosti pre homogénnu paličku z úlohy o fyzikálnom kyvadle a pre homogénny disk polomeru  $R$  a hmotnosti  $M$ .

**Príklad 7** (Precesia symetrického zotrvačníka). Majme teleso, ktorého moment zotrvačnosti je  $I = \text{diag}(I_1, I_1, I_3)$ . Preštudujte jeho pohyb v situácii s nulovým pôsobiacim momentom sily. Ako vyzerá jeho pohyb v termínoch Eulerových uhlov?

**Príklad 8** (Tennis racket theorem). Majme všeobecné teleso s  $I = \text{diag}(I_1, I_2, I_3)$ . Overte, že  $\vec{\omega} = (\omega_0, 0, 0)$  je riešenie Eulerových dynamických rovníc s nulovým momentom sily. Preštudujte stabilitu tohto riešenia voči malým poruchám, t.j. ako sa správa pre riešenia tvaru  $\vec{\omega} = (\omega_0 + \delta_1, \delta_2, \delta_3)$  pre  $\delta_i \ll \omega_0$ .

**Príklad 9** (Bicyklové koleso kvalitatívne). Vyberte z rámu bicyklové koleso a zvislej polohe ho roztočte. Potom pustite jeden koniec osky kolesa a držte ho iba za ten druhý. Pokúste sa z rovnice  $\dot{\vec{L}} = \vec{M}$  vysvetliť jeho následný pohyb.