

# Základy fyziky (2)

## Cvičenie 2

Akékoľvek otázky smelo smerujte na  
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

Cvičenie bolo 24.2.2021

**Príklad 1** (brachystróna). Majme v priestore dva fixované body. Našou úlohou je nájsť tvar drôtu, ktorý tieto dva body spája, po ktorom sa teleso bez trenia pod pôsobením gravitácie dostane z jedného do druhého bodu za najkratší čas.

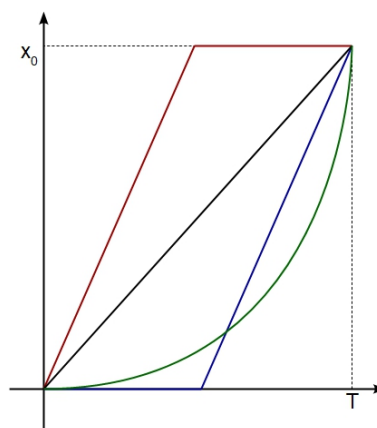
**Príklad 2.** V tejto úlohe budeme hľadať pohyb telesa v gravitačnom poli z princípu najmenšieho účinku.

V čas  $t = 0$  je teleso vo výške  $H$  a chceme, aby na zem dopadlo v čase  $t = T$ . Vypočítajte účinok pri rovnomernom priamočiariom pohybe. Potom vypočítajte účinok pri rovnomernej zrýchlenom pohybe a ukážte, že ten je minálny pre prípad zrýchlenia s hodnotou  $-g$  a že hodnota účinku v tomto prípade je menšia, ako pre rovnomerný priamočiary pohyb.

Na domácu úlohu sú nasledujúce dva príklady.

**Príklad 3.** Teleso sa pohybuje po vodorovnej priamke a v čase  $t = 0$  sa nachádza v mieste  $x = 0$ . Chceme, aby za čas  $T$  prešlo do bodu  $x = x_0$ . Uvažujte nasledujúce pohyby telesa (obrázok)

- rovnomerný priamočiary
- rovnomerný priamočiary za polovičný čas a potom státie
- státie a potom rovnomerný priamočiary za polovičný čas
- rovnomernej zrýchlený
- pohyb, pri ktorom  $v \sim t^3$



Niektoré z príbehov pohybu.

Vypočítajte účinok pri všetkých týchto pohyboch a overte, že skutočný pohyb má najmenší účinok.

**Príklad 4.** Nájdite pohybové rovnice pre účinok

$$S = -mc \int ds$$

s nasledujúcim invariantom

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2V}{mc^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2V}{mc^2}\right) dx^2 .$$

Nájdite aj jednoduchší tvar v prípade  $V \ll mc^2$ .

---

**Príklad 5.** Z princípu najmenšieho účinku ukážte, že lagranžiány

$$L \text{ a } \lambda L + \dot{f}$$

vedú na rovnaké pohybové rovnice.

**Príklad 6.** Z fermatovho princípu odvodte Snellov zákon. Fermatov princíp hovorí, že svetlo sa medzi dvomi bodmi pohybuje po takej dráhe, aby mu cesta trvala najkratší čas. Snellov zákon hovorí, že  $n \sin \theta = \text{const}$ .

**Príklad 7.** Nájdite pohybové rovnice pre účinok

$$S = -mc \int ds$$

s nasledujúcim invariantom

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2V}{mc^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{1}{1 + \frac{2V}{mc^2}} dx^2 .$$

Nájdite aj jedoduchší tvar v prípade  $V \ll mc^2$ .

**Príklad 8.**

- Ukážte, že účinok má rovnaký rozmer ako Planckova konštanta  $\hbar$ .
- Vypočítajte účinok pri jednom obehu Zeme okolo Slnka.
- Vypočítajte účinok pri páde kameňa na zem z výšky  $10m$ .
- Vypočítajte účinok pri obehu elektrónu okolo protónu v jadre atómu vodíka.