

# Základy fyziky (2)

## Cvičenie 3

Akkoľvek otázky smelo smerujte na  
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

Cvičenie bolo 3.3.2021

**Príklad 1.** Načrtnite ako vyzerajú nasledujúce vektorové polia a vypočítajte ich divergenciu a rotáciu.

$$\vec{v} = (x, -y, 0) \quad (1)$$

$$\vec{v} = (y, -x, 0) \quad (2)$$

**Príklad 2.** Odvodte vzťah

$$\frac{\partial}{\partial x} |\vec{x}| \equiv \frac{\partial}{\partial x} r = \frac{x}{r}.$$

Vypočítajte

$$\frac{\partial}{\partial x} r^n.$$

**Príklad 3.** Na základne predchádzajúcej úlohy odvodte vzťahy pre

$$\vec{\nabla} (r^n), \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{x}, \quad \vec{\nabla} \times \vec{x}.$$

Špeciálne je zaujímavý prípad  $n = -1$ .

**Príklad 4.** Načrtnite ako vyzerajú nasledujúce vektorové polia a vypočítajte ich divergenciu a rotáciu.

$$\vec{v} = \frac{\vec{c}}{r} \quad (3)$$

Na domácu úlohu sú nasledujúce dve úlohy. Druhá je asi trochu ťažšia, takže si nerobte veľké starosti, ak ju úplne nezvládnete, prejdeme ju na cvičení. Ale určite sa nad ňou zamyslite a situáciu si dobre premyslite.

**Príklad 5.** Načrtnite ako vyzerajú nasledujúce vektorové polia a vypočítajte ich divergenciu a rotáciu.

$$\vec{v} = (\vec{c} \cdot \vec{x}) \vec{x} \quad (4)$$

$$\vec{v} = \frac{\vec{x}}{r} \quad (5)$$

$$\vec{v} = \vec{c} \times \vec{x} \quad (6)$$

**Príklad 6.**

- Napíšte najvšeobecnejšie možné radiálne pole rýchlosti  $\vec{v}$ .
- Ako vyzerá tok tohto poľa cez sféru s polomerom  $R$ ?
- Majme v počiatku zdroj, ktorý za jednotku času vypustí sféricky symetricky objem vody  $V_0$ , ktorá ďalej tečie ako nestlačiteľná kvapalina, stále symetricky. Na základe prvých dvoch častí nájdite pole rýchlostí, ktoré popisuje takýto tok.
- Nájdite jeho divergenciu.

A niekoľko ďalších príkladov na precvičenie.

**Príklad 7.** Načrtnite ako vyzerajú nasledujúce vektorové polia a vypočítajte ich divergenciu a rotáciu.

$$\vec{v} = (-x, 0, 0) \quad (7)$$

$$\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} (x, -y, 0) \quad (8)$$

$$\vec{v} = (x + y, -x + y, -2z) \quad (9)$$

$$\vec{v} = (2y, 2x + 3z, 3y) \quad (10)$$

$$\vec{v} = (3x^2, 2x + y, z) \quad (11)$$

**Príklad 8.** Načrtnite ako vyzerajú nasledujúce vektorové polia a vypočítajte ich divergenciu a rotáciu.

$$\vec{v} = \frac{\vec{c}}{r} \quad (12)$$

**Príklad 9.** Čomu sa rovnajú nasledovné výrazy

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{v}) \quad (13)$$

$$\vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) \quad (14)$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{v}) \quad (15)$$

$$\vec{\nabla} (\vec{\nabla} \times \vec{v}) \quad (16)$$

**Príklad 10.** Ako vyzerá vektorové pole, ktoré popisuje rýchlosť elementov rovnomerne sa pohybujúceho telesa? Aká je jeho divergencia a rotácia?

**Príklad 11.** Ako vyzerá vektorové pole, ktoré popisuje rýchlosť elementov rovnomerne sa otáčajúceho disku? Aká je jeho divergencia a rotácia?

**Príklad 12.** Ako vyzerá vektorové pole rýchlostí disku, ktorý sa otáča a popri tom rovnomerne pohybuje? Aká je jeho divergencia a rotácia?

**Príklad 13.** Ako vyzerá vektorové pole rýchlostí v gumenej kocke, ktorej dve protiľahlé steny k sebe rovnomerne približujeme? Aká je jeho divergencia a rotácia? Je v tomto prípade splnená rovnica kontinuity?

**Príklad 14.** Ako vyzerá vektorové pole rýchlostí v gumenom disku, ktorého os je fixovaná a ktorého obovď rovnomerne otáčame? Je v tomto prípade splnená rovnica kontinuity?