

Základy fyziky (1)

Domaca Úloha 3

Akékoľvek otázky smelo smerujte na
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

Aktualizovaná 14. októbra 2022

Odvzdať najneskôr 18. 10. 2022

Z nasledujúcich príkladov si vyberte dva. Ostatné sú potom šanca získať bonusové body.

Príklad 1. Vyjadrite konštanty v riešení pohybových rovníc pre harmonický oscilátor

$$x(t) = C_1 e^{i\omega t} + C_2 e^{-i\omega t} \quad (1)$$

pomocou počiatočnej polohy a počiatočnej rýchlosti x_0, v_0 . Napíšte toto riešenie v tvare

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (2)$$

a nájdite vyjadrenie pre A, B cez x_0, v_0 . Vyjadrite riešenie v tvare

$$x(t) = X_0 \sin(\omega t + \phi_0) \quad (3)$$

a nájdite vyjadrenie pre X_0, ϕ_0 cez x_0, v_0 .

Ukážte, že pre reálne počiatočné podmienky je riešenie (1) vždy reálne.

Príklad 2. Ak považujeme matematické kyvadlo za harmonický oscilátor, priblíženie $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ platí len pre malé výchylky x . Ak je x_0 maximálna výchylka v x -ovom smere, bezrozmený parameter úlohy je $\xi = x_0/l$ a perióda kmitov má tvar

$$T = f(\xi) \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Vieme, že konštantný člen v rozvoji $f(\xi)$ je 2π . Z vzťahu

$$T = 4 \int_0^{x_0} dx \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{m}(V(x_0) - V(x))}}$$

s príslušným $V(x)$ pre matematické kyvadlo nájdite ďalší netriviálny člen tohto rozvoja.

Príklad 3. Vyšetrite pohyb v jednom z nasledujúcich jednorých potenciálov

$$V(x) = V_0 \left[(x/R)^4 - 4(x/R)^3 - 2(x/R)^2 + 12(x/R) - 5 \right],$$
$$V(x) = V_0 \frac{x}{R} e^{-x^2/R^2}.$$

To znamená

- Nájdite rovnovážne polohy a vyšetrite ich stabilitu.
- Pre stabilné rovnovážne polohy nájdite frekvenciu malých kmitov okolo tejto polohy.
- Kvalitatívne charakterizujte možné pohyby pre rôzne hodnoty počiatočnej polohy x_0 v prípade $v(0) = 0$ a načrtnite fázový portrét pre daný potenciál.