

Základy fyziky (1) - Domaca Úloha 5

Akékoľvek otázky smelo smerujte na
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com
Odovzdať najneskôr 8.11.2022

Vyriešte dva z nasledujúcich troch príkladov, tretí potom ako šanca na bonus.

Príklad 1. Ukážte, že z vyjadrenia x, y v polárnych súradniciach

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta$$

dostaneme vzťah pre zrýchlenie

$$\ddot{\vec{x}} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta}.$$

Príklad 2. Rozmyslite si, že pre gravitačnú silu

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r},$$

platí v polárnych súradniciach roviny, v ktorej sa teleso pohybuje, pre moment hybnosti

$$L = mr^2\dot{\theta}$$

a pre energiu

$$E = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) - \frac{GMm}{r}.$$

Príklad 3 (Stabilita kruhových orbít). Majme potenciál v tvare $V(r) = -km/r^n$.

- Napíšte vzťah pre efektívny potenciál a nájdite podmienku pre jeho extrém.
- Vypočítajte druhú deriváciu efektívneho potenciálu v tomto bode a zistite, za akých podmienok je tento extrém minimom. Interpretujte tento výsledok ako podmienku pre stabilitu kruhovej orbity.